

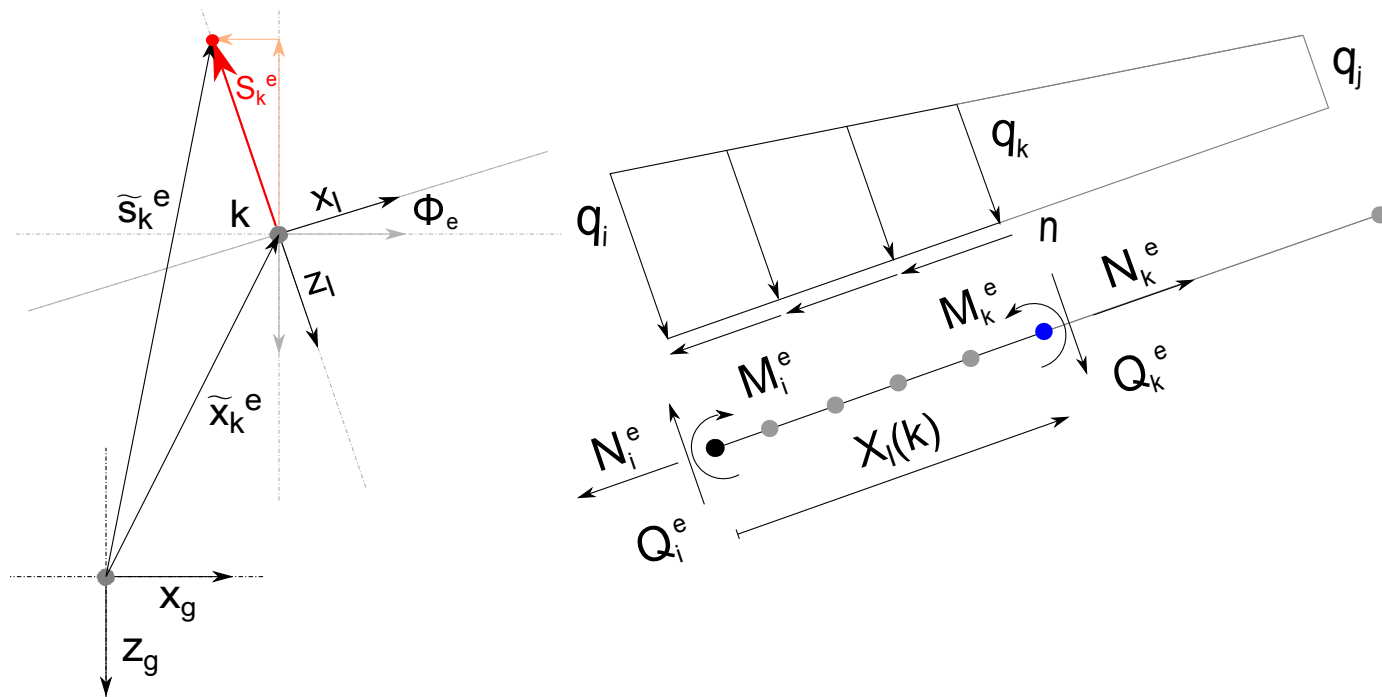
Theorie und Anwendung Finiter Elemente für die Modellierung von Vouten

Zdenko Grgic

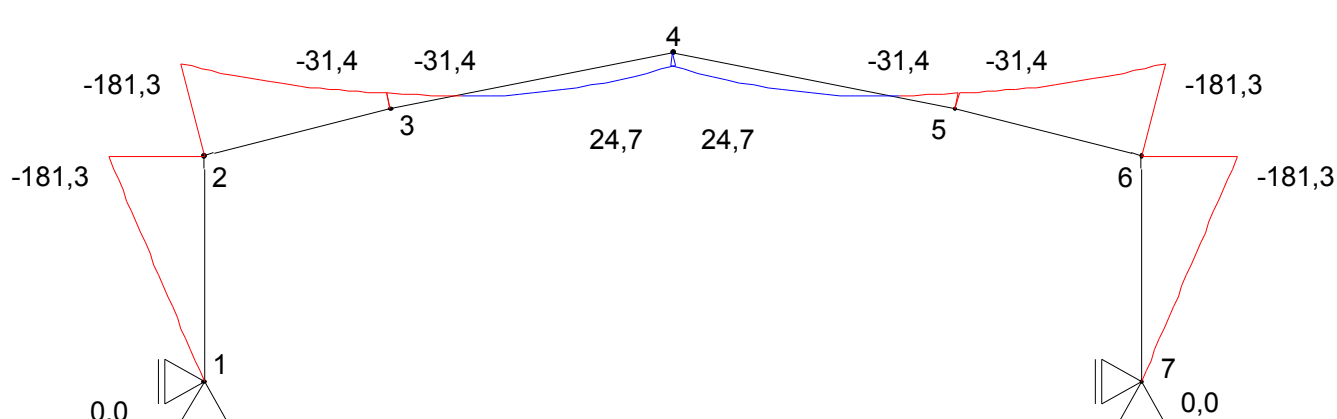
1. Motivation

Die Bewertung eines Tragwerks und seines Widerstands gegen äußere Lastenflüsse erfordert Kenntnis über die inneren Kraftgrößen des Systems. Diese werden durch Schnittgrößenverläufe über die Systemlänge eines Tragwerks dargestellt und erleichtern dem Anwender die Bewertung der numerisch ermittelten Ergebnisse. Die Biegelinie zeigt das Verhalten des Systems unter Lastenfluss. Die graphische Abbildung der Schnittgrößen und der Verformungen eines in dem Rahmenevolutionsprogramm RahEvo optimierten Tragwerks ermöglicht die Bewertung der Optimierung innerhalb der Systemknoten. Eine verbesserte Darstellung im Bereich von Vouten wird durch die Implementierung eines finiten Balkenelements mit quintischen Ansatzfunktionen erzeugt.

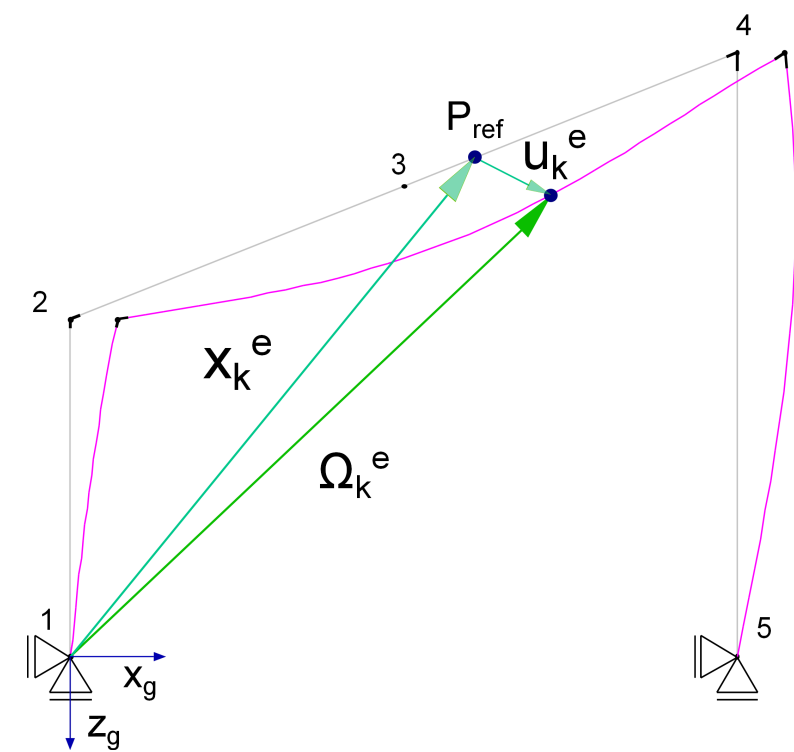
2. Abbildung der Schnittgrößen



Zwischen zwei aus der FE-Berechnung bekannten Stabendschnittgrößen werden die Schnittgrößen an den Referenzpunkten mit Hilfe eines Gleichgewichts am Stabelement ermittelt. Diese Methode liefert auch für niedrige Polynomgrade eines finiten Elements korrekte Werte. Die ermittelten Schnittgrößen bilden einen senkrecht zur Elementsystemlinie stehenden Vektor ab. Die Vektoraddition aus dem Referenzpunktvektor $\tilde{x}_k^e$ und der vektoriell dargestellten Schnittgröße S_k^e bildet globale Punkte ab. Der Schnittgrößenverlauf wird durch die graphische Verbindung dieser Punkte erzeugt.



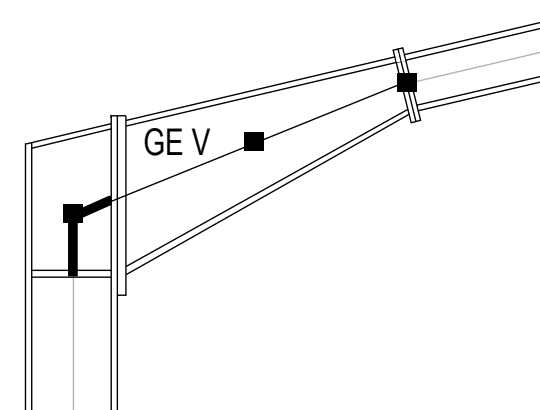
3. Abbildung skaliertener Biegelinien



Die Verformungsfigur eines Systems kann durch die Verschiebung eines auf der ursprünglichen Balkenachse liegenden Referenzpunktes P_{ref} beschrieben werden. Auf der Systemlinie befindliche Referenzpunkte erfahren Verschiebungen sowohl senkrecht zur Systemlinie als auch in Systemlinienrichtung. Diese lassen sich mit den bekannten Differentialgleichungen oder aus den Ansätzen der finiten Elemente ermitteln. Aufgrund der verhältnismäßig kleinen Verformungen wird die Sichtbarkeit erst durch die Skalierung der ermittelten Werte erzeugt.

$$\tilde{\Omega}_k^e = \begin{bmatrix} \tilde{x}_{i,x}^e + x_l^e(k) \cdot \cos(\phi_e) \\ \tilde{x}_{i,z}^e - x_l^e(k) \cdot \sin(\phi_e) \end{bmatrix} + Sk(BL) \cdot \begin{bmatrix} \sin(\phi_e) & \cos(\phi_e) \\ \cos(\phi_e) & -\sin(\phi_e) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} v^e(k) \\ w^e(k) \end{bmatrix}$$

4. Quintisches Balkenelement



Zur Verfeinerung der Ergebnisse wird für Elemente mit veränderlichen Querschnitt ein quintisches Balkenelement implementiert. Die zusätzlichen Konstanten der quintischen Ansatzfunktion werden mit drei weiteren Freiheitsgraden eines Innenknotens verknüpft. Die statische Kondensation des Innenknotens reduziert die Anzahl der Freiheitsgrade und ermöglicht damit eine Verbesserung der Ergebnisse ohne die Anzahl der globalen Systemfreiheitsgrade zu erhöhen.