Karlsruher Institut für Technologie

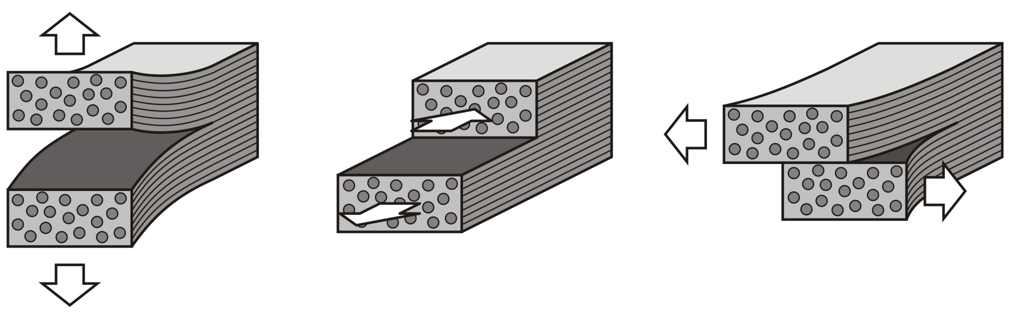
BAUSTATIK
Institut für Baustatik
Leiter: Prof. Dr.-Ing.
habil. W. Wagner

Entwicklung eines Interface-Elements für Delaminationsanalysen auf der Basis einer gemischten FE-Formulierung

Matthias Krauß

1. Einleitung

Faser-Verbund-Laminate bestehen aus laminierten Einzelschichten aus einem Verbund von Fasern und einer umgebenden Matrix. Kommt es zu Versagen kann dies zwischen zwei benachbarten Lagen geschehen. Dieser Ablösevorgang wird als Delamination bezeichnet und kann durch drei Versagens-Modi beschrieben werden.



Modus I Modus II Modus III

Interface Elemente basierend auf einer Standard-Verschiebungs-Formulierung sind empfindlich bezüglich der Netzfeinheit und der Wahl der Materialparameter. Mit Hilfe einer gemischten FE-Formulierung soll eine höhere Robustheit erreicht werden.

2. Interface-Element-Formulierung

Grundlage der gemischten Formulierung ist das Funktional von Hu-Washizu in der variierten Form

$$\delta\Pi_{if} = \int\limits_{\Omega} \delta\boldsymbol{\varepsilon}_g^T\boldsymbol{\sigma} + \delta\boldsymbol{\sigma}^T(\boldsymbol{\varepsilon}_g - \boldsymbol{\varepsilon}) + \delta\boldsymbol{\varepsilon}^T(\boldsymbol{\sigma}_p - \boldsymbol{\sigma})\,\mathrm{d}V = 0\,.$$

Hierbei sind $\boldsymbol{\varepsilon}_g$ die geometrischen Verzerrungen und $\boldsymbol{\sigma}_p$ die Spannungen aus dem Stoffgesetz in das die approximierten Verzerrungen eingehen. Die äußere Arbeit wird zu Null, da keine externen Kräfte auf das Interface wirken. Das Element besitzt eine reduzierte Kinematik und berücksichtigt nur die interlaminaren Verzerrungen und Spannungen

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \begin{bmatrix} \gamma_{13} \\ \gamma_{23} \\ \varepsilon_{33} \end{bmatrix} = \mathbf{N}_\varepsilon\,\hat{\boldsymbol{\varepsilon}} \quad \text{und} \quad \boldsymbol{\sigma} = \begin{bmatrix} \tau_{13} \\ \tau_{23} \\ \sigma_{33} \end{bmatrix} = \mathbf{N}_\sigma\,\hat{\boldsymbol{\sigma}}\,.$$

Sie werden approximiert durch die Ansatzfunktionen

$$\mathbf{N}_\varepsilon = \mathbf{N}_\sigma = \begin{bmatrix} 1 & \xi & \eta & \xi\eta & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & \xi & \eta & \xi\eta & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & \xi & \eta & \xi\eta \end{bmatrix}.$$

Diese sind vollständig bi-linear und erfüllen die Bedingung nach Ladyshenskaja-Babuska-Brezzi um ungewollte Null-Energie-Eigenformen zu vermeiden.

Um das nicht-lineare Problem mit dem Newton-Raphson-Verfahren zu lösen wird die Linearisierung benötigt, in Matrix-Schreibweise

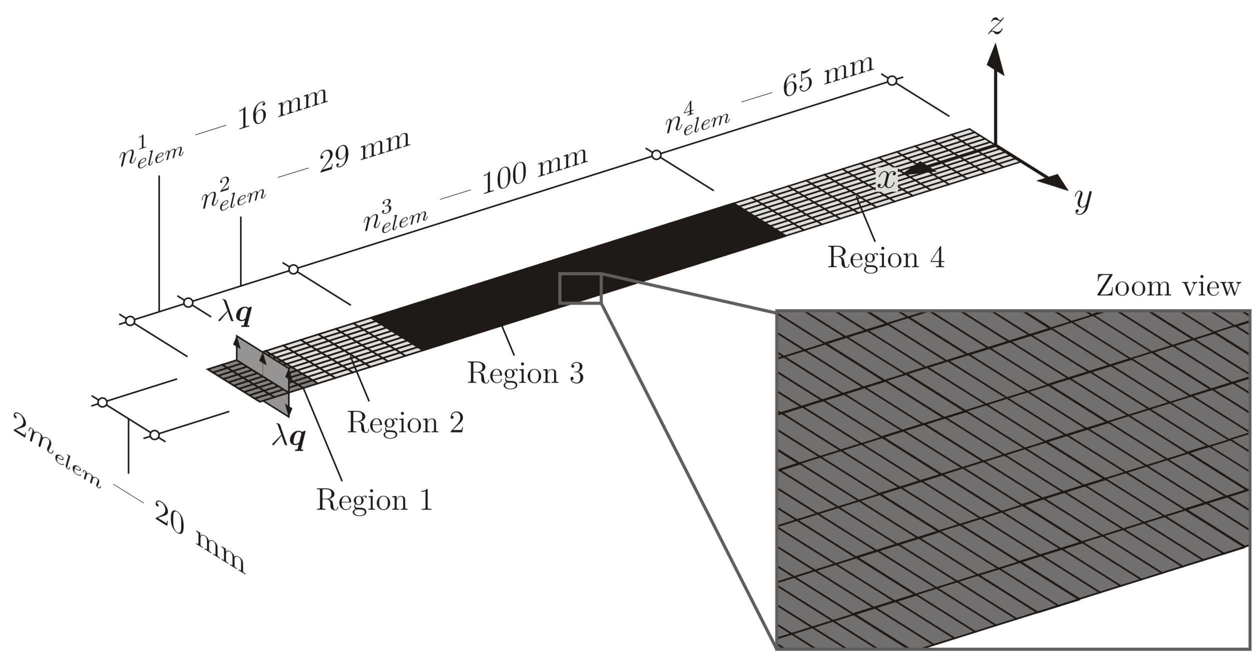
$$\begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{G}^T & \mathbf{0} \\ \mathbf{G} & \mathbf{0} & -\mathbf{F}^T \\ \mathbf{0} & -\mathbf{F} & \mathbf{H} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\mathbf{v} \\ \Delta\hat{\boldsymbol{\sigma}} \\ \Delta\hat{\boldsymbol{\varepsilon}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{r} - \mathbf{f}^{int} \\ -\mathbf{f}^s \\ -\mathbf{f}^e \end{bmatrix}.$$

Durch statische Kondensation lassen sich die lokalen Parameter $\Delta\hat{\boldsymbol{\sigma}}$ und $\Delta\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}$ eliminieren und es verbleiben die globalen Knotengrößen $\Delta\mathbf{v}$. Es ergibt sich die reduzierte Steifigkeitsmatrix und der Element-Residualvektor

$$\hat{\mathbf{K}}^e_{if_T} = \mathbf{G}^T\hat{\mathbf{H}}\,\mathbf{G} \quad \text{und} \quad \hat{\mathbf{f}} = \mathbf{G}^T\left[\hat{\mathbf{H}}\,\mathbf{f}^s + \mathbf{F}^{-1}\mathbf{f}^e + \hat{\boldsymbol{\sigma}}\right].$$

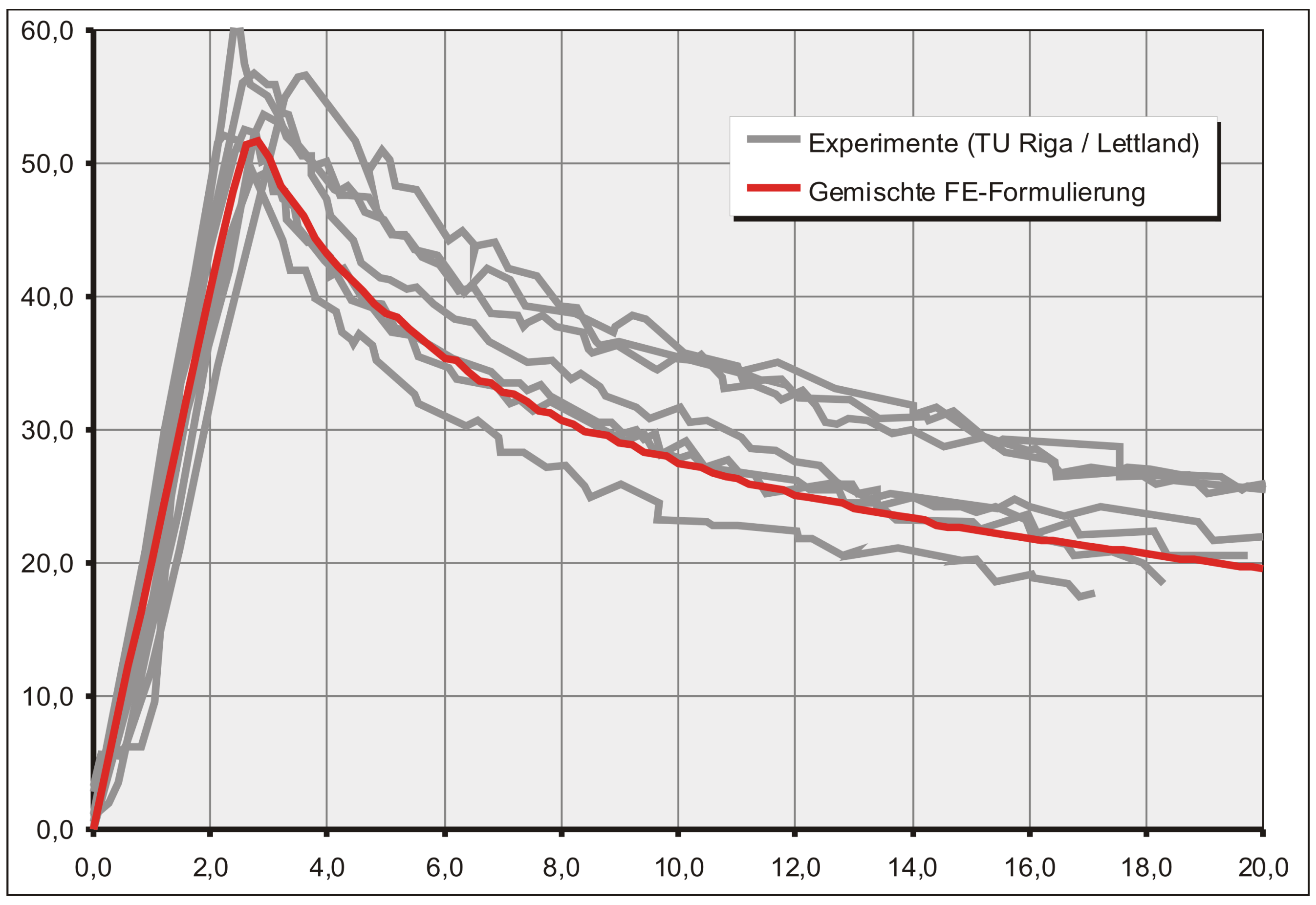
3. Double Cantilever Beam Test

Zur Validierung wird das Interface Element auf einen DCB Test angewendet. Dabei handelt es sich um ein System mit einem Vor-Riss in Region 1 und 2 wodurch eine fortschreitende Rissfront in Region 3 erzeugt wird.



unverformtes FE-Netz des DCB Tests

Die resultierende Last-Rissöffnungs-Kurve ist im folgenden Diagramm dargestellt.



x-Achse: Rissöffnung [mm]; y-Achse: Last [N]