



Untersuchung und Optimierung von Zeitschrittverfahren im Rahmen dynamischer Analysen von Tragwerken mit der Methode der Finiten Elemente



Diplomarbeit von Michael Auer

Motivation

Das Ziel eines Zeitschrittverfahrens ist das schrittweise Vorgehen, um Verschiebungen, Geschwindigkeiten und Beschleunigungen im Verlauf eines Zeitintervalls zu berechnen. Zeitschrittverfahren sind im Allgemeinen umso genauer, je kürzer die verwendete Zeitschrittlänge ist. Das bedeutet jedoch eine Erhöhung des Rechenaufwands um eine genauere Lösung zu erhalten. Zur Verringerung des notwendigen Rechenaufwands kann jedoch die Zeitschrittlänge variiert werden, um für jeden Rechenschritt den Zeitschritt gerade so kurz zu wählen, dass die geforderte Genauigkeit noch erfüllt wird. Die hierfür erforderliche Anpassung der Zeitschrittlänge soll durch eine adaptive Zeitschrittlängensteuerung vorgenommen werden.

Half-Step Residual

Auch wenn die Integrationsmethoden an den Stützstellen eine stabile Lösung bieten, sagt das nichts über die Qualität zwischen diesen Punkten aus. Daher werden die Gleichgewichtsfehler $\mathbf{G}_{t+\Delta t/2}$ zum Zeitpunkt $t + \Delta t/2$ in Anlehnung an ABAQUS berechnet.

Beim Half-Step Residual

$$\mathbf{G}_{t+\Delta t/2} = \mathbf{M} \ddot{\mathbf{u}}_{t+\Delta t/2} + \mathbf{C} \dot{\mathbf{u}}_{t+\Delta t/2} + \mathbf{F}_{t+\Delta t/2}^{int} - \mathbf{P}_{t+\Delta t/2}$$

handelt es sich um einen Gleichgewichtsresiduumsfehler (out of balance force).

Das Half-Step Residual $\mathbf{G}_{t+\Delta t/2}$ basiert auf der Annahme von Newmark, dass die Beschleunigung im Zeitintervall linear veränderlich ist.

Adaptive Zeitschrittlängensteuerung

Die Zeitschrittlängen werden mit Hilfe von Fehlernorm S^J und Toleranznorm T^J angepasst. Die Fehlernorm entspricht dem Wert des Half-Step Residual, d.h.

$$T^J = \mathbf{G}_{t+\Delta t/2} \cdot$$

Schrittweitenreduktion

Die Reduzierung des Inkrements muss erfolgen, wenn die Bedingung

$$S^J > T^J$$

erfüllt ist.

Hierfür wird der aktuelle Zeitschritt t folgendermaßen verringert:

$$\Delta t_{new} = D_A \cdot \left(\frac{T^J}{S^J} \right) \cdot \Delta t \ .$$

Der Faktor D_A wird zwischen 0.8 für nichtlineares und 1.0 für lineares Verhalten gewählt.

Schrittweitenerhöhung

Die Erhöhung des Inkrements kann erfolgen, wenn die Bedingung

$$\Delta t \cdot \left(\frac{S^J}{T^J} \right)_i < W_G \cdot T^J$$

mit $W_G = 0.75$

erfüllt ist. Um einen zu häufigen Wechsel zwischen Reduzierung und Erhöhung zu vermeiden, findet eine Vergrößerung der Zeitschrittlänge erst statt, wenn der Zähler i den Wert I_T erreicht hat.

Der neue Zeitschritt ergibt sich dann durch

$$\Delta t_{new} = \min(D_G \cdot \Delta t_p; D_M \cdot \Delta t) \ ,$$

wobei für dynamische Analysen

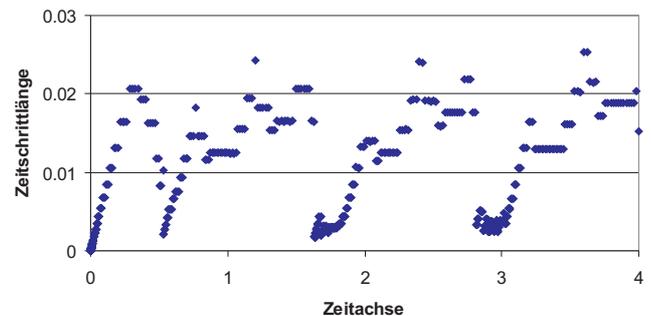
$$\Delta t_p = \left(\frac{T^J}{S^J / \Delta t} \right) \ ,$$

$$D_G = 0.8 \ , \quad D_M = 1.25 \ ,$$

gewählt werden.

Diagramm

Die Beobachtung der Zeitschrittlängen über den Zeitverlauf eines Beispiels sieht folgendermaßen aus:



Das Verfahren wurde in das FE-Programm FEAP implementiert und getestet. Eine vom Anwender geforderte Genauigkeit wird dabei adaptiv eingehalten.