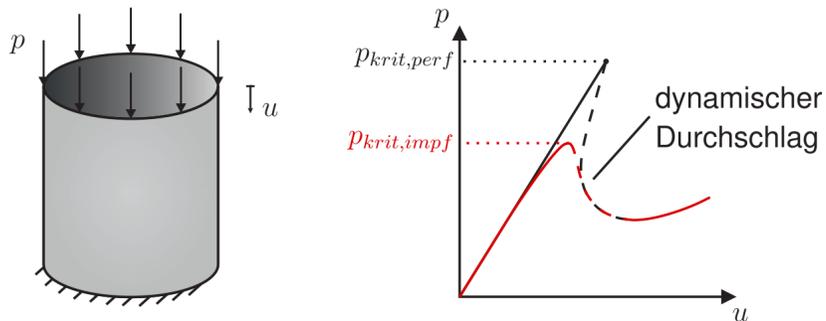


# Dynamische FE-Stabilitätsuntersuchung dünnwandiger Kreiszylinderschalen mit zufallsverteilten Imperfektionen

Felix Sutter

## 1. Motivation und Ziele

Das Stabilitätsversagen von axial gedrückten Kreiszylinderschalen zeichnet sich durch einen schlagartigen Verlust der Tragfähigkeit aus. Dieser ist verbunden mit einem starken Lastabfall. Der Beulvorgang läuft in der Realität als ein dynamischer Prozess ab. Eine Simulation im Rahmen der Finite-Elemente-Methode gestaltet sich mit statischen Methoden äußerst schwierig, da sich die Beulform während des gesamten Vorganges ständig ändert und zusätzlich kinetische Einflüsse nicht zu vernachlässigen sind.



Außerdem müssen aufgrund der starken Sensitivität der Stabilitätslast von Kreiszylindern gegenüber geometrischen Imperfektionen, diese in einem Berechnungsmodell berücksichtigt werden. Die Ungewissheit über die ungünstigste Imperfektionsform motiviert geometrische Formabweichungen durch ein stochastisches Zufallsfeld abzubilden.

## 2. Zeitintegration

Ausgehend von der semi-diskreten Bewegungsgleichung aus der FE-Diskretisierung findet eine Diskretisierung in der Zeit statt. Zur näherungsweise Beschreibung der Zustandsgrößen Weg, Geschwindigkeit und Beschleunigung werden Approximationsansätze gebildet und in die Bewegungsgleichung eingesetzt.

$$\underbrace{M\ddot{v} + F(v)}_{\text{semi-diskr. Bew.-gl.}} = P \implies \underbrace{M\ddot{v}_n + F(v_n)}_{\text{vollst. diskret. Bew.-gl.}} = P_n \quad \text{für alle } t = t_n$$

Zustandsgrößen für  $t = t_{n+1}$ :  $v_{n+1} = \dots$   $\dot{v}_{n+1} = \dots$   $\ddot{v}_{n+1} = \dots$

- direkte Lösung zum Zeitpunkt  $t = t_n$  → explizite Verfahren
- iterative Lösung zum Zeitpunkt  $t = t_{n+1}$  → implizite Verfahren

## 3. Zufallsverteilte Imperfektionen

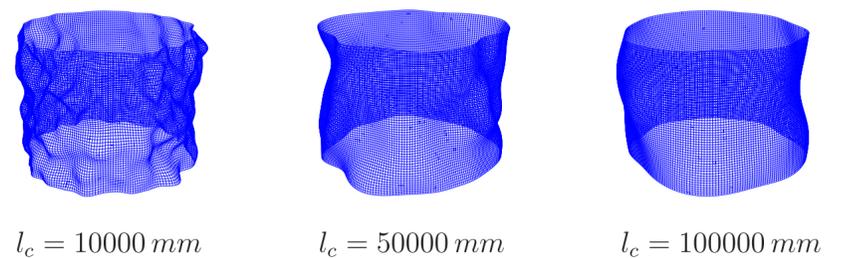
Die Form der stochastisch erzeugten Imperfektionen wird durch eine quadratisch-exponentielle Korrelationsfunktion

$$C(x_i, x_j) = \exp\left[-\frac{d^2(x_i, x_j)}{l_c}\right]$$

bestimmt. Diese beschreibt die Korrelation zwischen den Knoten  $x_i$  und  $x_j$  im FE-Netz. Die Korrelationslänge  $l_c$  ist dabei der maßgebende Steuerparameter der Korrelationsfunktion. Mit den Eigenwerten  $\lambda_i$ , den Eigenvektoren  $\varphi_i(x)$  der Korrelationsmatrix und dem Vektor der Zufallszahlen  $\xi_i(\theta)$  lässt sich im Rahmen der *Karhunen-Loève*-Transformation das Zufallsfeld  $\hat{H}(x, \theta)$  darstellen mit

$$\hat{H}(x, \theta) = \sum_{i=1}^M \sqrt{\lambda_i} \xi_i(\theta) \varphi_i(x) \quad .$$

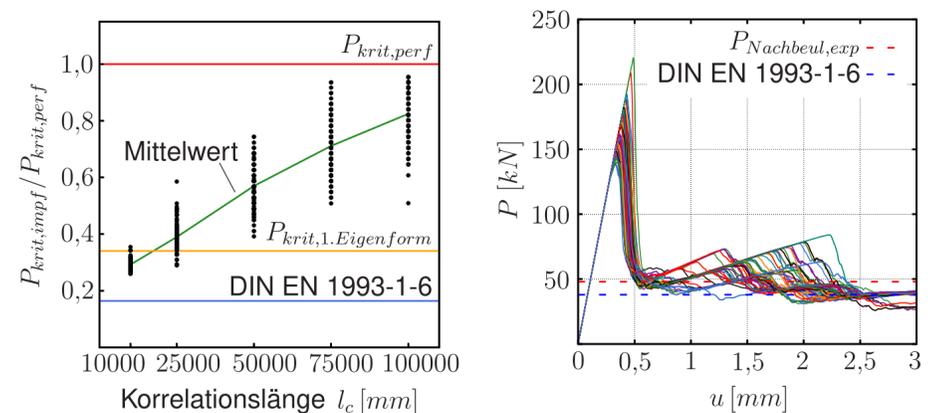
Der Einfluss der Korrelationslänge  $l_c$  auf die Imperfektionsform ist in der nachfolgenden Abbildung für einen Zylinder mit einer Höhe von 966 mm und einem Radius von 625 mm illustriert.



## 4. Numerische Beispiele

Zunächst wird in einer Monte-Carlo-Simulation mittels statischer Methoden der Einfluss der Korrelationslänge auf die Stabilitätslast untersucht (linkes Bild). Die Ergebnisse hieraus werden mit der Stabilitätslast bei einem eigenformaffinen Imperfektionsmuster und dem Wert eines Stabilitätsnachweises nach Norm verglichen.

Aus den Last-Verschiebungs-Kurven einer Monte-Carlo-Simulation mit  $l_c = 50000$  mm zur Untersuchung des Nachbeulverhaltens mittels dynamischer Methoden (rechtes Bild) ist erkennbar, dass die Nachbeullasten unabhängig von der Imperfektionsform sind und mit einem experimentell ermittelten Wert gut übereinstimmen.



Fortschreitender Beulprozess:

