Karlsruher Institut für Technologie

BAUSTATIK

Institut für Baustatik
Leiter: Prof. Dr.-Ing.
habil. W. Wagner

Zur Fuzzy-stochastischen Analyse in der Strukturdynamik mittels Metamodellen

Patrick Weber

1. Einführung

Dynamische Systeme reagieren oft sensibel auf Änderungen der Eingangsvariablen. So kann es sich lohnen, die Unschärfen, die den Parametern in der Realität unterliegen, in der Berechnung zu berücksichtigen. Reine stochastische Ansätze, die dabei oft an unvollständigen Datensätzen scheitern, werden durch die Kombination mit Fuzzymengen, auch Fuzzyvariablen genannt, erweitert. Abbildung 1 zeigt anhand eines Histogramms der Eingangsvariablen x mit geringem Stichprobenumfang die Erstellung einer Fuzzymenge $\tilde{X}$.

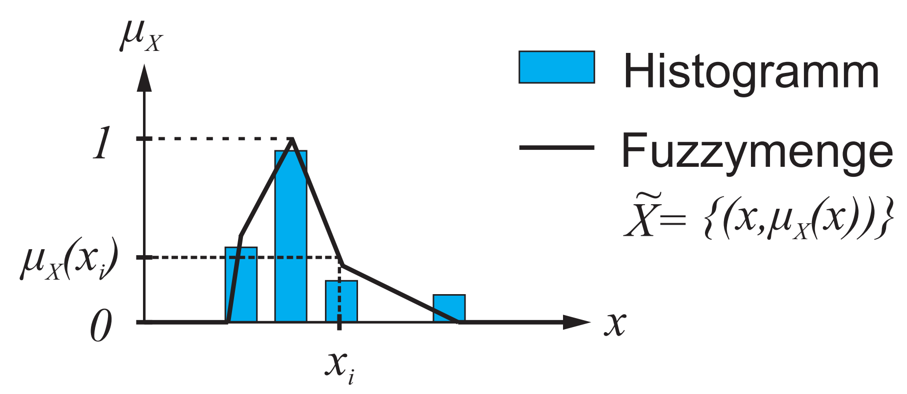

***Abbildung 1**: Histogramm und Fuzzymenge*

Fuzzyvariablen sind durch ihre Zugehörigkeitsfunktion μ definiert. Fuzzy-stochastische Variablen sind Zufallsvariablen, bei denen die stochastischen Attribute Fuzzymengen sind.

2. α-Level-Optimierung

Zur Abbildung der unscharfen Eingangsvariablen auf die Zielvariablen nutzt man die α-Level-Optimierung. Auf festen α-Leveln mit $\mu \equiv \alpha$ werden die globalen Extrema der Zielvariablen z, beziehungsweise die einer Monte-Carlo-Simulation bezüglich der Zielvariablen, abhängig von den Eingangsvariablen $\boldsymbol{x}$ gesucht. Diese bilden die linke und rechte Grenze der Zugehörigkeitsfunktion μ_Z der Ziel-Fuzzyvariablen $\tilde{Z}$ bei $\mu = \alpha$, wie in Abbildung 2 für zwei Fuzzy-Eingangsvariablen illustriert.

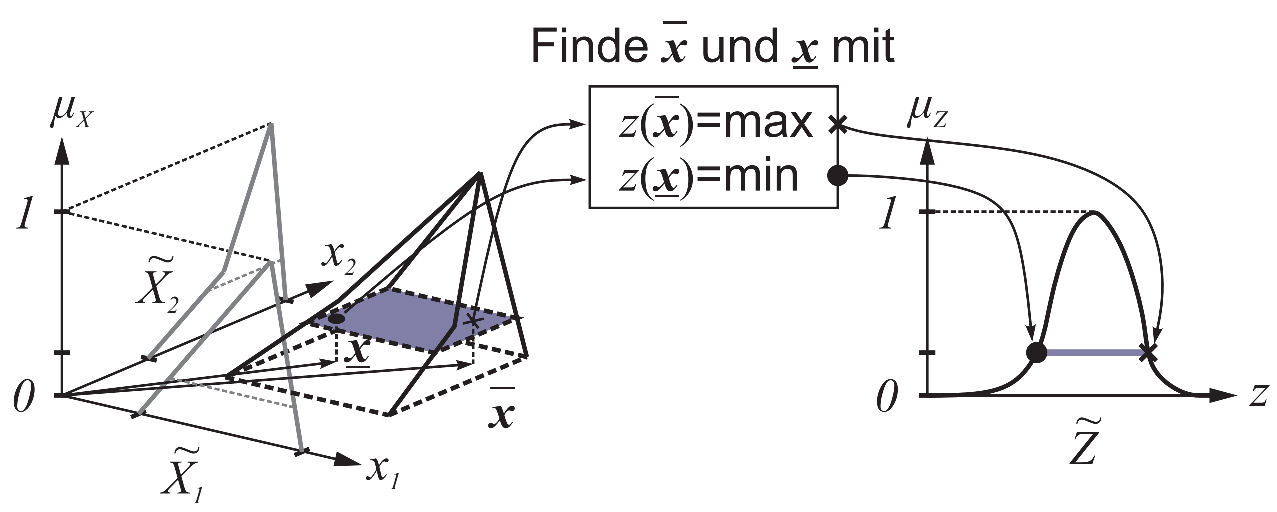

***Abbildung 2**: α-Level-Optimierung*

Die Suche wird durch Optimierungsalgorithmen durchgeführt. Jeder Zeitschritt erfordert eine α-Level-Optimierung. Ein Nachteil ist die hohe Anzahl an Auswertungen, die die Algorithmen zur Suche benötigen, gerade da eine Auswertung selbst viel Rechenzeit benötigt.

3. Metamodell-Strategie

Die Extrema werden nicht auf der exakten Zielfunktion, sondern auf einem vorher erstellten Metamodell gesucht. Dieses hat den Vorteil wesentlich geringerer Rechenzeiten und wird mit wenigen exakten Auswertungen der Zielvariablen erstellt. Verwendet werden dazu Polynome auf Basis der Interpolations- oder Ausgleichrechnung. Im Falle mehrerer Eingangsparameter wird eine gekürzte Summenentwicklung der Zielvariable vorgeschaltet, um die Anzahl nötiger Auswertungen zu reduzieren. Diese Summenentwicklung wird High-Dimensional-Model-Representation (HDMR) genannt.

4. Numerisches Beispiel

Als Beispiel dient ein dreigeschossiger Stockwerkrahmen aus Stahlbeton, der mit einer harmonischen Fußpunkterregung belastet ist, wie in Abbildung 3 dargestellt. Die Abminderungen κ durch Rissbildung der Stützen pro Stockwerk werden als Fuzzymenge beschrieben.

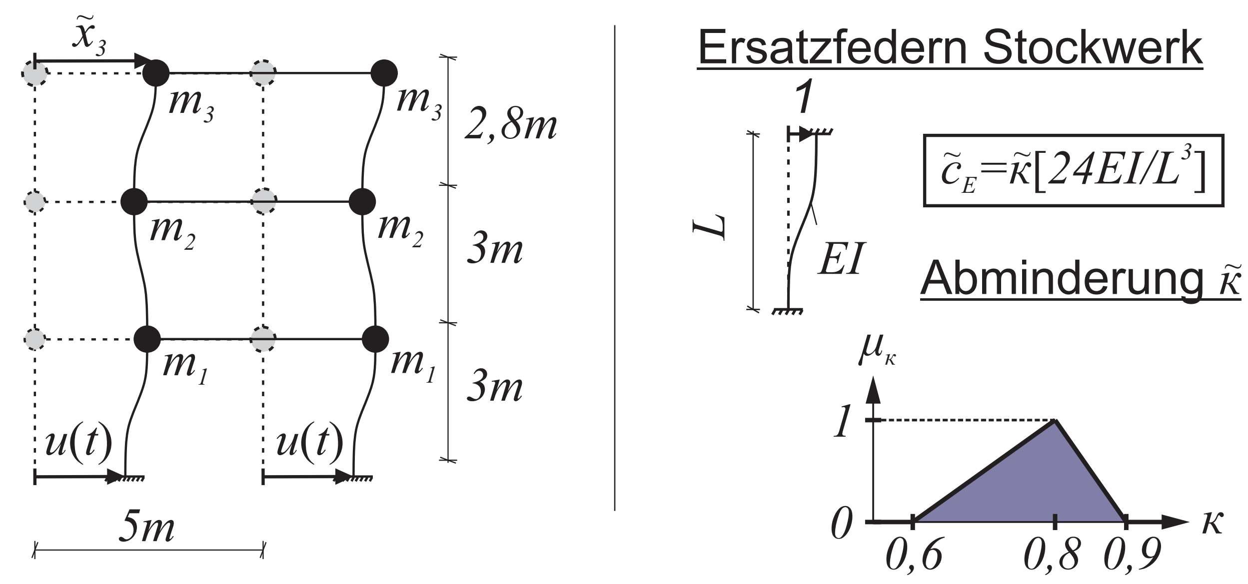

***Abbildung 3**: Modellierung des Stockwerkrahmens*

Die Beschleuigung $\ddot{x}_3$ wird ausgewertet. Mittels cut-HDMR 1. Ordnung und Interpolationspolynomen wird ein Metamodell

$$\ddot{x}_3(t_n,\boldsymbol{\kappa}) \approx \hat{\ddot{x}}_3(t_n,\boldsymbol{\kappa}) = \sum_{k=1}^{3}\sum_{j=0}^{K} \ddot{x}_{3,j}^{(k)} l_j(\boldsymbol{\kappa}_k) - 2\ddot{x}_3(\boldsymbol{\kappa}_c, t_n)$$

pro Zeitschritt t_n erstellt, wobei dazu jeweils $3(K+1)$ exakte Auswertungen benötigt werden. In Abbildung 4 ist das Ergebnis als Fuzzy-Zeitfunktion dargestellt und zeigt dabei den Verlauf der Unsicherheiten.

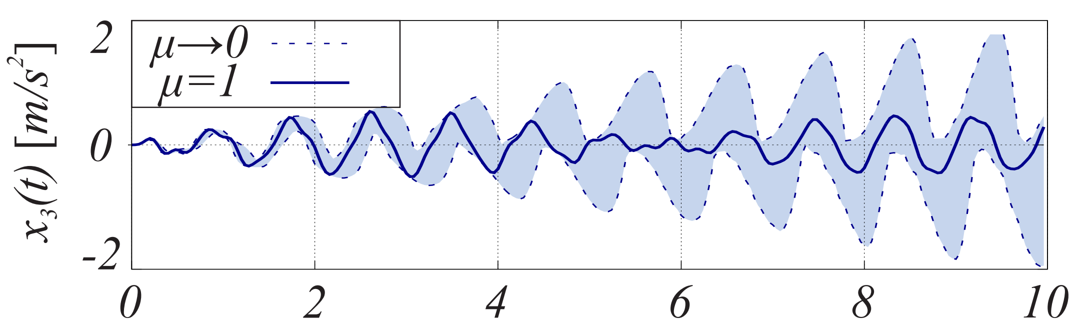

***Abbildung 4**: Fuzzy-Zeitfunktion $\tilde{\ddot{x}}_3(t)$*