

Theorie und Finite-Element-Entwicklung quadratischer Mindlin-Plattenelemente mit nicht konformen Verschiebungsansätzen

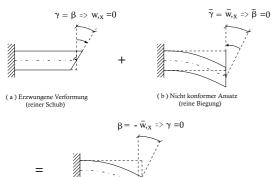


Diplomarbeit von Thomas Hambrecht

Grundlagen

Durch den Ordnungsunterschied der beiden Schubverzerrungsterme in der Reissner-Mindlin Plattentheorie entstehen zu große Schubsteifigkeiten, die sich vor allem bei dünnen Platten negativ auf das Konvergenzverhalten auswirken (Querschub-Locking-Effekt).

Durch selektive Addition nicht konformer Verschiebungsansätze bei gleichzeitiger Verwendung einer selektiv reduzierten Integrationstechnik wurde ein Element der Serendipity Klasse hinsichtlich dieses Effektes verbessert.



(c) Kombinierter Verschiebungszustand = ursprünglicher Verschiebungszustand

Abb. 1: Herstellung des ursprünglichen Verschiebungszustandes (reine Biegung)

Finite-Element Implementierung

$$\begin{bmatrix} w \\ \beta_x \\ \beta_y \end{bmatrix} = \sum_{i=1}^{nel_i} N_i \begin{bmatrix} w_i \\ \beta_{x_i} \\ \beta_{y_i} \end{bmatrix} + \sum_{n=1}^{nel_n} \overline{N}_n \begin{bmatrix} \overline{w}_n \\ \overline{\beta}_{x_n} \\ \overline{\beta}_{y_n} \end{bmatrix}$$

$$\underline{K}_{cn} = \int_{V} \underline{B}^{T} \underline{E} \ \overline{\underline{B}} \ dV \quad \underline{K}_{nn} = \int_{V} \overline{\underline{B}}^{T} \underline{E} \ \overline{\underline{B}} \ dV$$

Das erweiterte Gleichungssystem wird auf die Ausgangsgröße kondensiert.

$$\begin{bmatrix} \underline{K}_{cc} & \underline{K}_{cn} \\ \underline{K}_{cn}^T & \underline{K}_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{v} \\ \underline{\overline{v}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{F} \\ \underline{0} \end{bmatrix}$$

$$\underline{\acute{K}} = \underline{K}_{cc} - \underline{K}_{cn}\underline{K}_{nn}^{-1}\underline{K}_{cn}^{T}$$

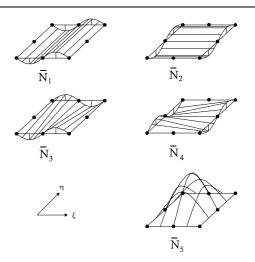


Abb. 2: Nicht konforme Verschiebungsfelder

Numerische Beispiele

Das verbesserte Element (NC-QH) weist deutlich geringere Locking Effekte auf und besitzt im Vergleich zu Elementen der Lagrange Klasse (QLS) keine Null Energie Eigenformen.

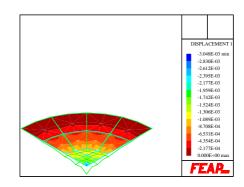


Abb. 3: Verschiebungsfeld des QLS

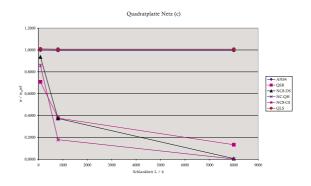


Abb. 4: Quadratplatte mit verzerrter Netzgeometrie