



Darstellung druckschlaffer Bereiche bei der statischen Analyse von vorgespannten Membrantragwerken

Vertieferarbeit von cand.-ing. Andreas Jocham



Einführung

Membrantragwerke können nur Zugspannungen aufnehmen und weichen bei dem Versuch Druck aufzubringen durch Faltenbildung aus. Dieser Faltung kann durch Aufbringen einer Vorspannung entgegenwirkt werden.

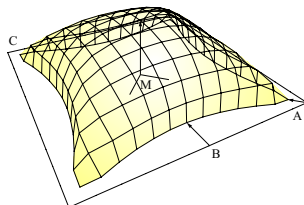
Darstellung der gefalteten Bereiche

Mit einem in dem Membranelement bereits bestehenden Algorithmus werden die druckschlaffen Bereiche bestimmt. Dabei werden die Verzerrungen in einen elastischen Anteil ϵ^e der straffen Gebiete und in einen Falten-Anteil ϵ^w in den gefalteten Gebieten aufgesplittet.

$$\epsilon = \epsilon^e + \epsilon^w$$

Bei dieser Arbeit ging es zunächst um die Auswertung des Falten-Anteils. Dazu werden die Verzerrungen ϵ^w analog zu den Spannungen in die Hauptrichtungen transformiert und können in dieser Form auch graphisch ausgegeben werden. Die Richtung der Falten ist senkrecht zur Pfeilrichtung mit der die Verzerrungen dargestellt werden.

Beispiel: Das aufgeblasene Kissen



Material	Kunststoffolie
	$E = 588 \text{ MPa}$
	$\nu = 0.4$
Dicke	$t = 0.06 \text{ cm}$
Länge	$l_{AC} = 1.20 \text{ m}$

Abb. 1: Material- und Systemkennwerte

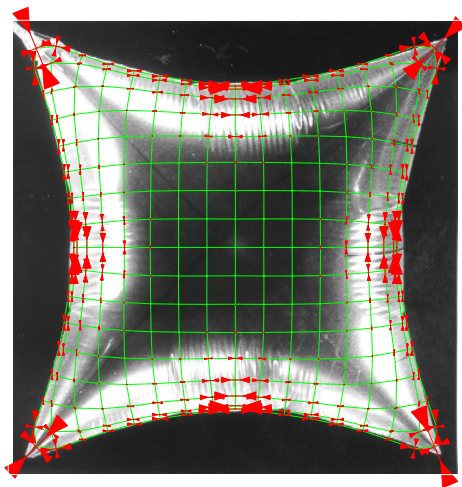


Abb. 2: Qualitativer Vergleich von Versuch (Literatur) mit FE-Berechnung

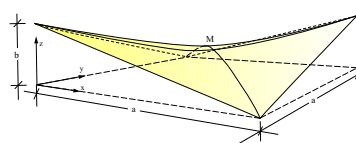
Einbau der Vorspannung

Um der Faltenbildung entgegenzuwirken wird eine homogene Vorspannung aufgebracht. Diese wird bei der Gleichgewichtsbetrachtung in der schwachen Form im inneren Energieanteil berücksichtigt.

$$\begin{aligned} G(\mathbf{u}, \delta \mathbf{u}) &= G_{int} + G_{ext} \\ &= t \int_{A_0} \mathbf{S} : \delta \mathbf{E} dA_0 - \int_S \mathbf{P} \mathbf{n} \cdot \delta \mathbf{u} dA \\ G_{int} &= t \int_{A_0} \delta \mathbf{E}^T (\mathbf{S}^c + \mathbf{S}^V) dA_0 \end{aligned}$$

Dabei wird dem von den Verzerrungen abhängigen Spannungsanteil $\mathbf{S}^c$ ein gleichmäßiger Spannungszustand $\mathbf{S}^V$ überlagert.

Beispiel: Vierpunktsegel

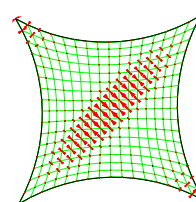


Material	Stahlfolie
	$E = 2.1 \cdot 10^4 \text{ kN/cm}^2$
	$\nu = 1/3$
Länge	$a = 12\sqrt{2} \text{ m}$
	$b = 2.88 \text{ m}$
Dicke	$t = 0.03 \text{ cm}$

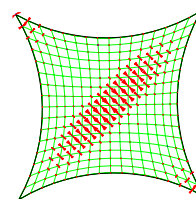
Abb. 3: Material- und Systemkennwerte

Das Vierpunktsegel wird mit einer konstanten Flächenlast q senkrecht zur Grundfläche belastet. Dabei wird die Faltenbildung ohne und mit Vorspannung betrachtet.

ohne Vorspannung

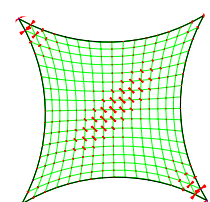


$$q = 0,5 \text{ kN/m}^2$$

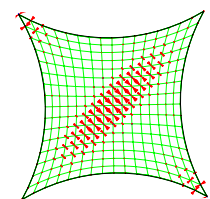


$$q = 1 \text{ kN/m}^2$$

$\sigma_V = 100 \text{ kN/m}$



$$q = 0,5 \text{ kN/m}^2$$



$$q = 1 \text{ kN/m}^2$$

Abb. 4: Faltenbildung während der Laststeigerung