

Einleitung

Es gibt einige Werkstoffe mit kristalliner Struktur, die sich auch unter großen Dehnungen elastisch verhalten. Gummiartige Werkstoffe sind typische Vertreter für ein solches Materialverhalten. Wenn man die zeitabhängigen Effekte vernachlässigt, verhalten sich gummiartige Materialien hyperelastisch. Das Verhalten dünner Schalen wird mit Hilfe eines hyperelastischen und viskoelastischen Stoffgesetzes untersucht. Die viskoelastischen Effekte werden nach dem Modell von Bergström und Boyce berücksichtigt.

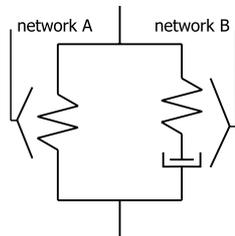
Kinematische Grundlagen

Der Deformationsgradient $\mathbf{F} = \partial \mathbf{x} / \partial \mathbf{X}$ beschreibt das Verformungsverhalten eines Körpers. Da er aus Starrkörperrotationen und Verzerrungen besteht, kann man ihn bei endlichen Deformationen multiplikativ in seine Anteile zerlegen. Der Deformationsgradient \mathbf{F} ist als Maß für die Verzerrungen ungeeignet, da er sich auch bei reinen Starrkörperbewegungen verändert. Aus diesem Grund wird der rechte CAUCHY-GREEN-Tensor \mathbf{C} eingeführt. Bei inelastischen Materialien kann man den Deformationsgradienten multiplikativ in einen elastischen und inelastischen Anteil zerlegen.

$$\mathbf{C} = \mathbf{F}^T \mathbf{F} \quad \text{mit} \quad \mathbf{F} = \mathbf{F}^e \mathbf{F}^p$$

Die Stoffmodelle

Das untersuchte Material besitzt ein nichtlinear elastisches zeitabhängiges Materialverhalten. Daher wird das hier zu sehende Modell gewählt. Network A simuliert nur das hyperelastische Materialverhalten. In network B werden die zeitabhängigen Effekte berücksichtigt. Desweiteren wird angenommen, daß sich das Material isotrop verhält.



Zur Beschreibung des Materialverhaltens wird die Deformationsenergie verwendet. Es wird ein spezielles Modell benutzt, das nur von der ersten Invarianten des Deformationsgradienten abhängig ist.

Man nimmt an, daß die Deformationsenergien von network A und B ähnliche Formen haben und sich nur in den Materialkonstanten unterscheiden. Für network B gilt weiterhin, daß die Deformationsenergie nur

von dem elastischen rechten CAUCHY-GREEN-Tensor abhängt und inkompressibel ist.

$$\begin{aligned}
 W &= W^{iso} + W^{vol} \\
 W^{iso} &= C_R \left[\frac{1}{2} (I_1 - 3) + \frac{1}{20N} (I_1^2 - 9) \right. \\
 &\quad + \frac{11}{1050N^2} (I_1^3 - 27) + \frac{19}{7000N^3} (I_1^4 - 81) \\
 &\quad \left. + \frac{519}{673750N^4} (I_1^5 - 243) + \dots \right] \\
 W^{vol} &= \frac{1}{2} \kappa (\ln J)^2
 \end{aligned}$$

Für die Spannungsberechnung gilt, daß sich die einzelnen Spannungsanteile bei Parallelschaltung aufaddieren. ${}^{II}\mathbf{S}$ bezeichnet hier den 2. PIOLA-KIRCHHOFF-Tensor.

$${}^{II}\mathbf{S} = {}^{II}\mathbf{S}_A + {}^{II}\mathbf{S}_B \quad \text{mit} \quad {}^{II}\mathbf{S} = 2 \frac{\partial W(\mathbf{C})}{\partial \mathbf{C}}$$

Die Spannung von network A kann mit der folgenden Formel berechnet werden.

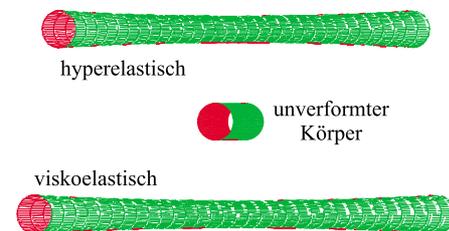
$${}^{II}\mathbf{S}_A = 2\mu J^{-\frac{2}{3}} \mathbf{1} - \frac{2}{3} \mu \bar{I}_C \mathbf{C}^{-1} + \kappa \ln J \mathbf{C}^{-1}$$

Wegen der zeitabhängigen Effekte wird die Spannung von network B mit Hilfe von bestimmt.

$${}^{II}\mathbf{S}_B = \mathbf{C}_B^{-1} = 2 \mathbf{C}^{-1} \left[\mu J^{-\frac{2}{3}} \mathbf{C} \mathbf{C}^{p-1} - \frac{1}{3} \mu \bar{I}^e \mathbf{1} \right]$$

Berechnungen

In der folgenden Abbildung ist die Maximalverformung des Zylinders unter Zugbelastung zu sehen.



Zwei Varianten der Kreisplatte mit Loch unter Innendruck sind in der folgenden Abbildung zu sehen. Variante 1 ist an beiden Rändern gelenkig gelagert, Variante 2 nur am Außenrand.

