

Anisotropie und Plastizität

Die Anisotropie und Plastizität von Werkstoffen lässt sich aus ihrem atomaren Aufbau herleiten. Kristalline Werkstoffe (z.B. Metalle) sind aufgrund ihrer streng orientierten mikroskopischen Struktur anisotrop.

Die plastischen Eigenschaften entstehen aus Defekten in der Gitterstruktur, sog. strukturellen Fehlern.

Allgemeine Grundlagen

Im Gegensatz zum eindimensionalen Fall (z.B. Zugversuch) mit nur einer, elastisches oder plastisches Verhalten, charakterisierenden Fließspannung, entscheidet im dreidimensionalen Fall die Kombination aller Fließspannungen über das Werkstoffverhalten.

Das entscheidende Kriterium für dieses Verhalten wird Fließbedingung F genannt: $F = f(\mathbf{S}) - 1 \leq 0$.

Weitere wichtige Beziehungen sind die Fließregel, die den nicht eindeutig umkehrbaren Zusammenhang zwischen Verzerrungen und Spannungen herstellt und die Konsistenzbedingung.

Das TSAI-WU-Kriterium

Ein sehr allgemeingültiges Kriterium für anisotropes plastisches Werkstoffverhalten stellt das TSAI-WU-Kriterium dar :

$$\Phi(\mathbf{S}) = \frac{1}{2} (\mathbf{S} : \mathbb{P} : \mathbf{S}) + \mathbf{Q} \mathbf{S} - 1 \leq 0. \quad \begin{cases} < 0 & \text{elast.} \\ = 0 & \text{plast.} \end{cases}$$

Für die Projektionstensoren \mathbb{P} und \mathbf{Q} gilt:

$$\mathbb{P} = \begin{pmatrix} 2a_1 & -a_{12} & -a_{13} & 0 & 0 & 0 \\ -a_{12} & 2a_2 & -a_{23} & 0 & 0 & 0 \\ -a_{13} & -a_{23} & 2a_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2a_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2a_5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2a_6 \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{Q}^T = (q_1 \quad q_2 \quad q_3 \quad q_4 \quad q_5 \quad q_6).$$

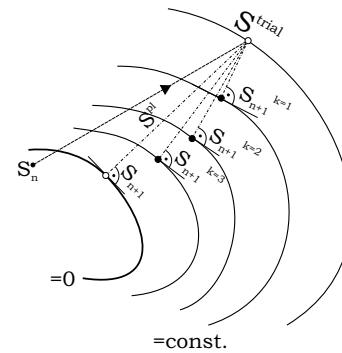
Beispielhafte Komponenten von \mathbf{Q} und \mathbb{P} sind:

$$q_1 = \frac{1}{X_{11}} - \frac{1}{Y_{11}}, \quad a_1 = \frac{1}{X_{11}Y_{11}},$$

$$a_{12} = \frac{2}{Z_{12}^2} \left[1 - \frac{Z_{12}}{2} \left(\frac{1}{X_{11}} - \frac{1}{Y_{11}} + \frac{1}{X_{22}} - \frac{1}{Y_{22}} \right) + \right. \\ \left. - \frac{Z_{12}^2}{4} \left(\frac{1}{X_{11}Y_{11}} + \frac{1}{X_{22}Y_{22}} + \frac{1}{X_{12}^2} \right) \right].$$

Iterativer Spannungsalgorithmus

Mit der Hilfe einer impliziten EULER-Rückwärts-Integration der Fließregel werden die Evolutionsgleichungen der plastischen Verzerrungsraten ermittelt.



Das Prädiktor – Korrektor – Verfahren geht von einer gesicherten Gleichgewichtslage aus. Ein elastischer Prädiktorschritt S^{trial} wird anhand der Fließbedingung überprüft.

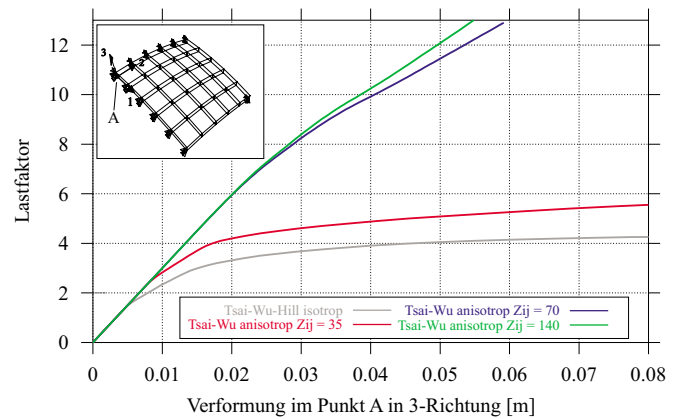
Bei Nichterfüllung wird mit einer NEWTON-RAPHSON – Iteration der Spannungszustand auf den Fließflächenrand $\Phi = 0$ zurückskaliert.

Bei Nichterfüllung wird mit einer NEWTON-RAPHSON – Iteration der Spannungszustand auf den Fließflächenrand $\Phi = 0$ zurückskaliert.

Numerische Beispiele

Die Finite-Element-Implementierung des anisotropen Werkstoffgesetzes erfolgt in ein isoparametrisches 8-Knoten-Volumenelement. Die Untersuchung einer quadratischen sphärischen Schale für verschiedene Anisotropien ergibt:

1/4 sphärische Schale, Einzellast, 5x5x1 Elemente



Plastische Vergleichsdehnung für $\Delta v_A^{pl} = 0,035 \text{ m}$:

isotrop

anisotrop
 $Z_{ij} = 140$

