

Theorie und Numerik rekurrenter neuronaler Netze zur Modellierung elastoplastischen und viskoelastischen Materialverhaltens

Malwine Bahlcke

1. Einleitung und Motivation

Üblicherweise wird mit Hilfe von Versuchsdaten ein Materialgesetz definiert, welches das Spannungs-Dehnungs Verhalten eines Werkstoffes beschreibt. Erweist sich die Findung dieses Materialgesetzes als schwierig, können künstliche neuronale Netze (KNN) als Materialmodell eingesetzt werden. Das KNN wird dabei direkt auf die Daten trainiert. Im Rahmen dieser Arbeit wurden Daten der Viskoelastizität und der Elastoplastizität synthetisch auf Grundlage bereits existierender Materialmodelle erzeugt. Beide Materialverhalten weisen keinen funktionellen Zusammenhang zwischen der Dehnung und der Spannung auf. Dementsprechend ist der aktuelle Zustand von weiteren Variablen h abhängig, die die Belastungsgeschichte berücksichtigen. Somit gilt $\sigma = \sigma(\varepsilon, h)$. Viskoelastisches Verhalten ist zusätzlich zeitabhängig. Zur Modellierung geschichtsabhängigen Materialverhaltens bietet sich die Anwendung von rekurrenten neuronalen Netzen (RNN) an. Diese können mit Hilfe einer besonderen Netzstruktur zeitliche Abhängigkeiten innerhalb einer Datenreihe intrinsisch erlernen.

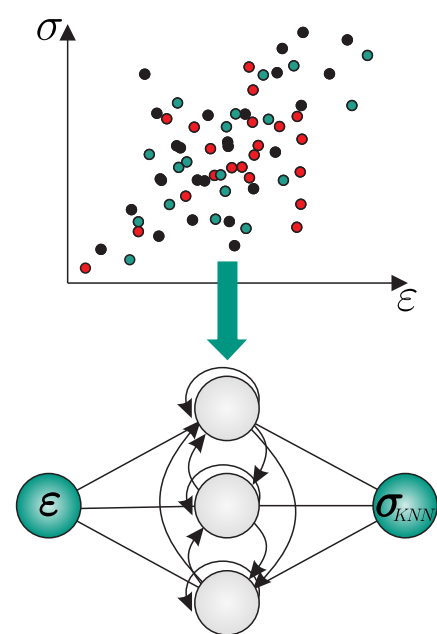


Abbildung 1: Datenpaare zum Training des RNN

2. Rekurrente neuronale Netze

Eine mögliche Netzstruktur des RNN ist in Abbildung 2 (links) dargestellt. Das RNN besitzt in allen Zwischenschichten gewichtete Rückkopplungen zum vorherigen Daten- bzw. Zeitpunkt, wodurch Informationen aus der Belastungsgeschichte berücksichtigt werden.

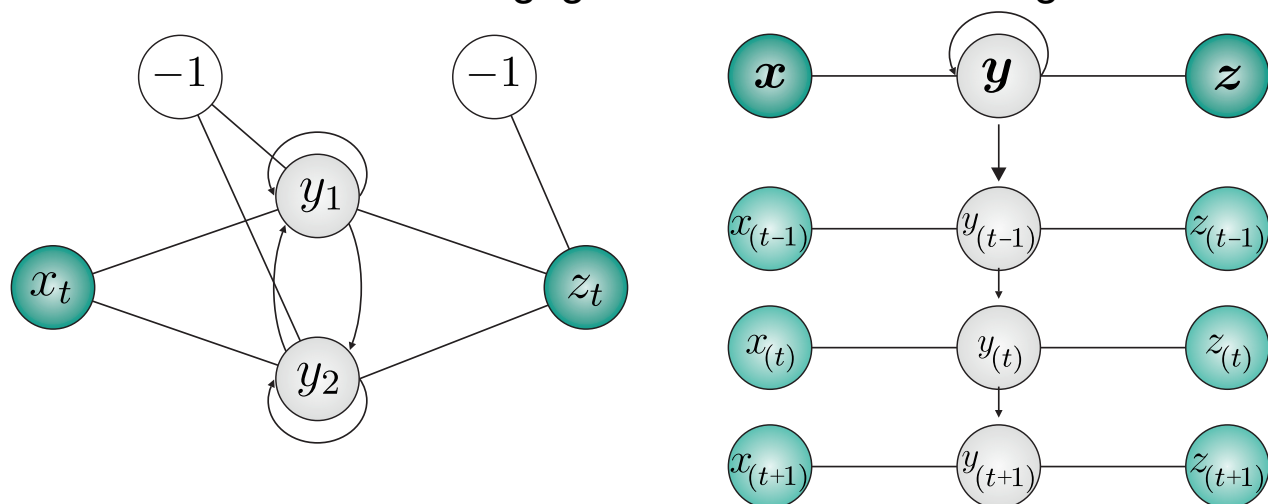


Abbildung 2: RNN Netz (links), aufgefaltete Rückkopplung (rechts)

Dadurch hat bei der Berechnung zum aktuellen Zeitpunkt t der entsprechende Eingang und zusätzlich die Neuronen-Ausgabe des vorherigen Zeitpunktes einen Einfluss. In der gewichteten Summe wird dieser zusätzliche Einfluss deutlich:

$$s_{m(t)}^{[L]} = -w_{m0}^{[L]} + \sum_{l=1}^{n_L-1} w_{ml}^{[L]} y_{l(t)}^{[L-1]} + \sum_{h=1}^{n_L} w_{mh}^{[L]} y_{h(t-1)}^{[L]}$$

Das aufgefaltete Netz ist für eine Rückkopplung in Abbildung 2 (rechts) dargestellt und verdeutlicht den Informationsfluss. Zum Training des Netzes wird ein Fehler zwischen der Netzausgabe und den

zum Training verwendeten Daten berechnet, welcher minimiert werden soll. Dafür werden die Gewichte w mit Hilfe eines Trainingsalgorithmus optimiert. Der für das Trainingsverfahren notwendige Gradient wird mit Hilfe des Backpropagation through Time Algorithmus bestimmt, welcher die Rückkopplungen in der Zeit berücksichtigt.

3. Numerisches Beispiel - Viskoelastizität

Um die Funktionsweise des RNN zu demonstrieren, werden die Ergebnisse im Rahmen einer eindimensionalen numerischen Berechnung mit Hilfe der Methode der Finiten Elemente (FEM) untersucht. Dabei wird das Ergebnis mit dem RNN als Ersatzmodell dem mit Verwendung des analytischen Materialgesetzes gegenübergestellt. Im Rahmen der Viskoelastizität wird das zeitabhängige Abklingen der Reaktionskraft bei einem Relaxationsversuch mit zwei Maxwell-Elementen deutlich.

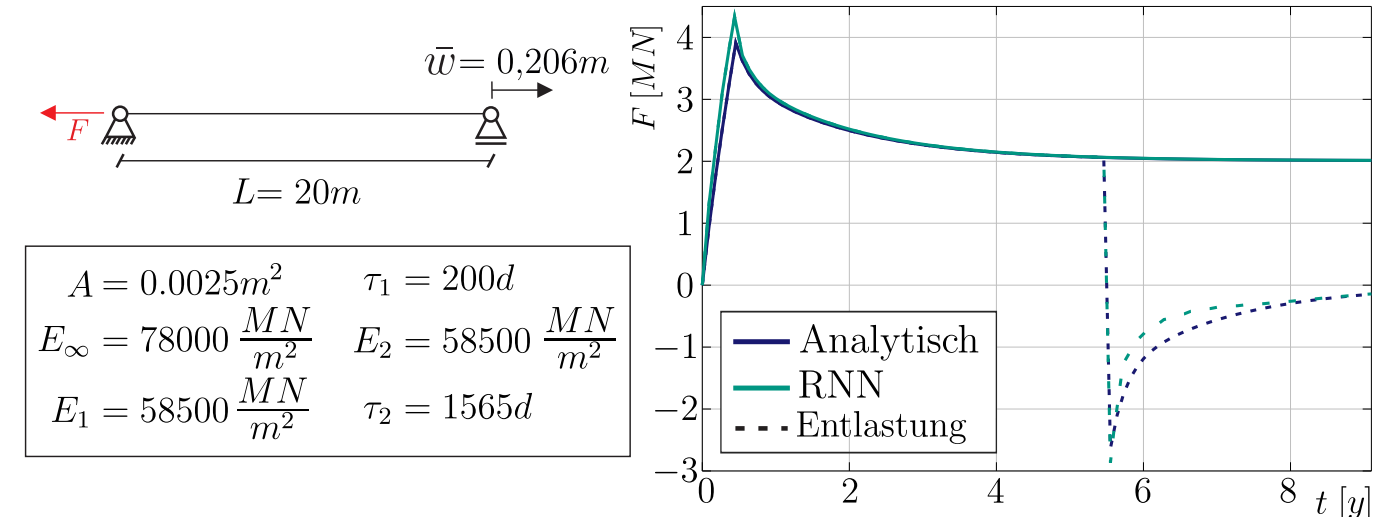


Abbildung 3: Relaxationsversuch

Wird die Verschiebung konstant gehalten, konvergiert die Kraft $F \rightarrow E_\infty A \frac{\bar{w}}{L}$. Bei vollständiger Entlastung bleiben jedoch keine Reaktionskräfte erhalten.

4. Numerisches Beispiel - Elastoplastizität

Die Approximation von plastischem Materialverhalten mit linearer isotroper Verfestigung wird bei einem Wechsel von Belastung und Entlastung des Zugstabes deutlich. Durch diesen Wechsel entsteht eine Hysterese bei der Betrachtung der Reaktionskraft über die aufgebrachte Verschiebung.

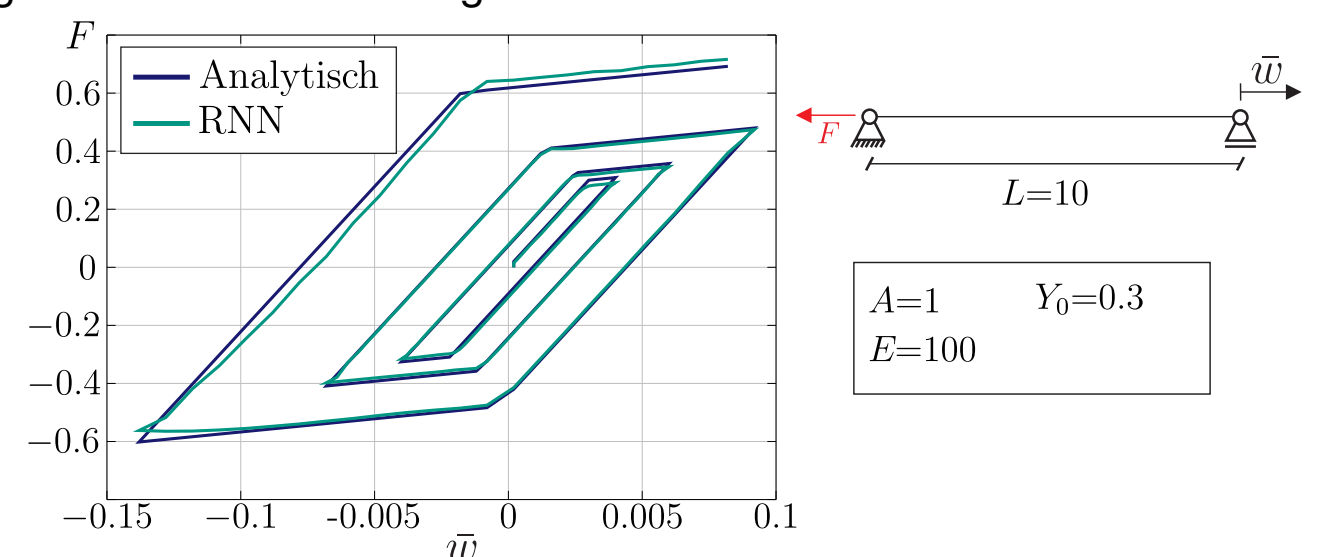


Abbildung 4: Hysterese mit Verfestigung

An den numerischen Beispielen kann gezeigt werden, dass die Verwendung eines Materialmodells, das auf rekurrenten neuronalen Netzen basiert, möglich ist. Die Vergleichslösung wird gut approximiert. Jedoch weist das RNN im Rahmen mehrdimensionaler FE-Rechnungen oft Instabilitäten auf.