

Eine Gradientenerweiterung für ein isotropes Schädigungsmodell zur Vermeidung der Netzabhängigkeit bei 3D-FE-Modellen

Verena Becker

1. Motivation und Ziele

Werden Bauteile belastet, erfahren sie Änderungen auf mikrostruktureller Ebene. Es können Mikrorisse und Mikroporen entstehen, die die Steifigkeit und damit die Tragfähigkeit eines Bauteils reduzieren.

Klassische Schädigungsmodelle beziehen sich auf lokal vorhandene Größen. Dadurch zeigen sie eine Abhängigkeit der Lösung von der vorliegenden Diskretisierungseinheit. Schädigung tritt in der Regel nur in einem lokal begrenztem Gebiet auf, was als Lokalisierung bezeichnet wird. Für unterschiedliche Netzfeinheiten führt dies auf eine abweichende Maximallast sowie ein unterschiedliches Entfestigungsverhalten, was nicht dem erwarteten Versagensverhalten entspricht.

Die Erweiterung der lokalen Schädigungsformulierung durch einen Gradientenansatz kann die Netzabhängigkeit isotroper Volumenelemente beheben und ein eindeutiges Schädigungsverhalten abbilden.

2. Regularisierung und Schädigungsformulierung

Eine globale Formulierung auf Gradientenbasis erfordert die Einführung einer neuen Schädigungsfeldgröße φ . Dadurch erweitert sich die freie Helmholtz Energie um zwei Terme.

$$\psi = f(d)\psi_0 + \underbrace{\frac{c_d}{2} \|\nabla\varphi\|^2}_{\psi_{\nabla\varphi}} + \underbrace{\frac{\beta_d}{2} [\varphi - \gamma_1 d]^2}_{\psi_{\varphi-d}} \quad (1)$$

Der Gradiententerm $\psi_{\nabla\varphi}$ dient der Streuung der Schädigung über die Elementgrenzen hinweg. Das Maß der Streuung steuert der Steuerparameter c_d . Die Erweiterung um den Strafterm $\psi_{\varphi-d}$ bildet die Verknüpfung zwischen lokaler Schädigungsvariable d und globaler Schädigung φ .

Für $\gamma_1 = 0$ und $c_d = 0$ entfallen die Regularisierungsterme und es verbleibt die lokale Form.

Die gemischte Formulierung führt auf ein erweitertes nichtlineares Gleichungssystem, dass iterativ gelöst werden muss.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{R}_u \\ \mathbf{R}_\varphi \end{bmatrix}^i + \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{uu} & \mathbf{K}_{u\varphi} \\ \mathbf{K}_{\varphi u} & \mathbf{K}_{\varphi\varphi} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta u \\ \Delta \varphi \end{bmatrix}^{i+1} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2)$$

3. Dreifeld-Formulierung

Zur vollständigen Beschreibung des Schädigungsmodells wird ein energiebasiertes Schädigungskriterium definiert.

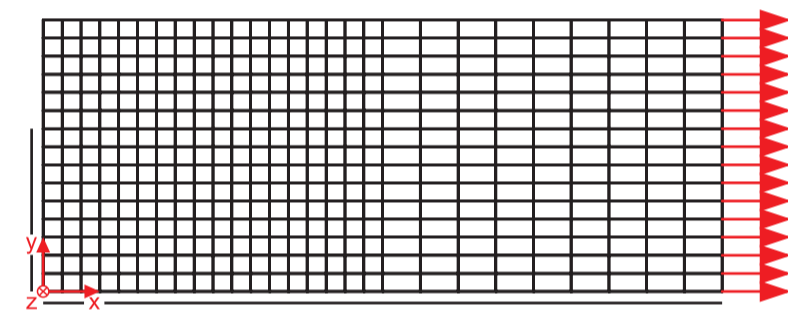
$$\phi_d = q - r_1 \quad \text{mit} \quad q = -\frac{\partial\psi}{\partial d} \quad (3)$$

Die Variable q wird als Schadenskonjugierte bezeichnet. Die vorgegebene Schädigungsgrenze wird über die Variable r_1 festgelegt. Da Schädigung ein dissipativer Prozess ist, muss das Schädigungskriterium der Konsistenzbedingung sowie den Kuhn-Tucker-Bedingungen genügen.

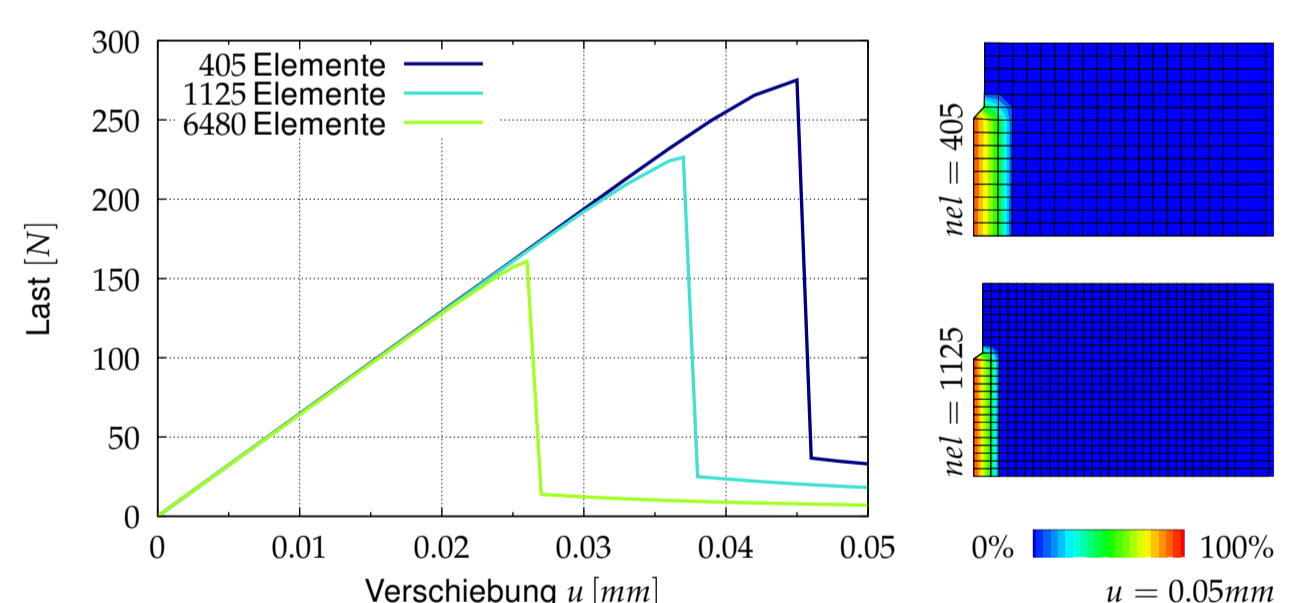
$$\dot{d} = \dot{\kappa} \frac{\partial\phi_d}{\partial q}; \quad \dot{\kappa} \geq 0, \quad \phi_d \leq 0, \quad \dot{\kappa}\phi_d = 0 \quad (4)$$

4. Numerische Auswertung und Fazit

Als numerisches Beispiel wird ein Viertel eines Quaders mit Riss betrachtet, der unter einachsigem Zug belastet wird.



Für das lokale Schädigungsmodell, unterscheiden sich die Last-Verschiebungs-Kurven der unterschiedlichen Diskretisierungen. Mit zunehmender Netzfeinheit nimmt die maximale Last ab. Das Entfestigungsverhalten zeigt ein sprödes Versagensbild.



Für die regularisierte Formulierung ergibt sich eine eindeutige Last-Verschiebungs-Kurve, die Netzabhängigkeit ist behoben. Die Streuung der Schädigung auf eine größere Fläche führt auf eine höhere Maximallast, die die tatsächliche Last überschätzen kann. Das duktile Entfestigungsverhalten ist abbildbar.

