Karlsruher Institut für Technologie

BAUSTATIK

Institut für Baustatik
Leiter: Prof. Dr.-Ing.
habil. W. Wagner

Theorie und Anwendung der FE^2 Methode für die effiziente Modellierung von verfeinerten Rahmenmodellen

Michael Fuhrer

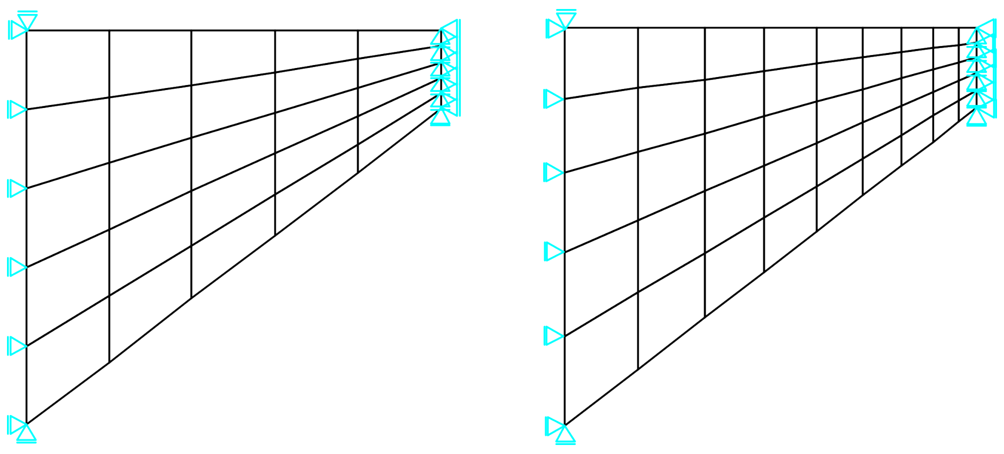
1. Motivation und Ziele

Aus statischen und konstruktiven Gründen werden beim Hallenbau Vouten in biegesteife Rahmenecken eingesetzt. Zur besseren Erfassung der Tragwirkung wird der Bereich mit Scheibenelementen modelliert. Anschließend wird eine Reduktion der Steifigkeitsmatrix notwendig. Im Vordergrund der Arbeit steht die Steigerung der Effizienz durch geeignete Generierungs - und Optimierungsverfahren.

2. Generierung des Finite Elemente Netzes

Die Generierung des FE-Netzes ist zu automatisieren. Hierzu wird auf zwei unterschiedliche Philosophien der Netzgenerierung zurückgegriffen:

- gleichmäßige Unterteilung der Ränder; lineare Interpolation im Gebiet (*VouteGen1*)
- linear veränderliche Unterteilung der Ränder, mit dem Ziel möglichst quadratische bzw. rautenförmige Eckelemente zu erhalten; lineare Interpolation im Gebiet (*VouteGen2*)



(a) *VouteGen1* (b) *VouteGen2*

3. Anwendung der Mehrskalenmethode

Ausgehend von der Kraft-Verschiebungsbeziehung des Systems, einschließlich der gelagerten Knotenfreiheitsgrade u_b, resultiert folgende Beziehung zwischen den Auflagerkräften $\vec{A}$ und den Lagerverschiebungen $\vec{u}_b$:

$$\vec{A} = (-\bar{\mathbf{K}}^T\mathbf{K}^{-1}\bar{\mathbf{K}} + \bar{\bar{\mathbf{K}}})\vec{u}_b. \qquad (1)$$

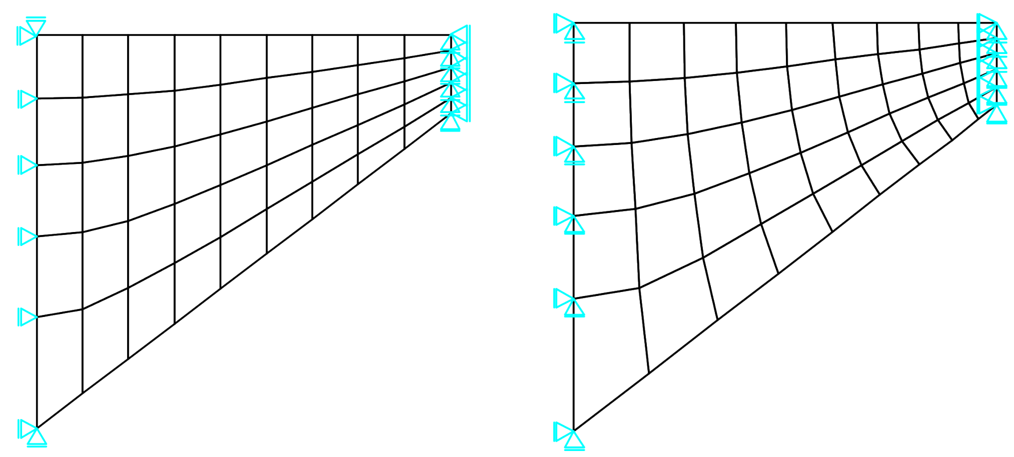
Die Matrizen $\mathbf{K}$, $\bar{\mathbf{K}}$ bzw. $\bar{\bar{\mathbf{K}}}$ stellen hierbei Untermatrizen der vollständigen Steifigkeitsmatrix der Scheibenberechnung dar. Durch die Annahme, dass die Verschiebungen eines Randes linear von einem definierten *Masterknoten* abhängen, wird die Voute in ein geometrisch bestimmtes Grundsystem überführt. Mit sechs Einheitsverschiebungszuständen gelingt nun durch Anwendung von Gleichung 1 die Reduktion der Steifigkeitsmatrix auf 6×6 Einträge.

4. Netzoptimierung

Zur Optimierung des FE-Netzes wird ein Verfahren nach Bletzinger et. al [1] untersucht, das auf dem mechanischen Problem der Formfindung bei Membranen beruht:

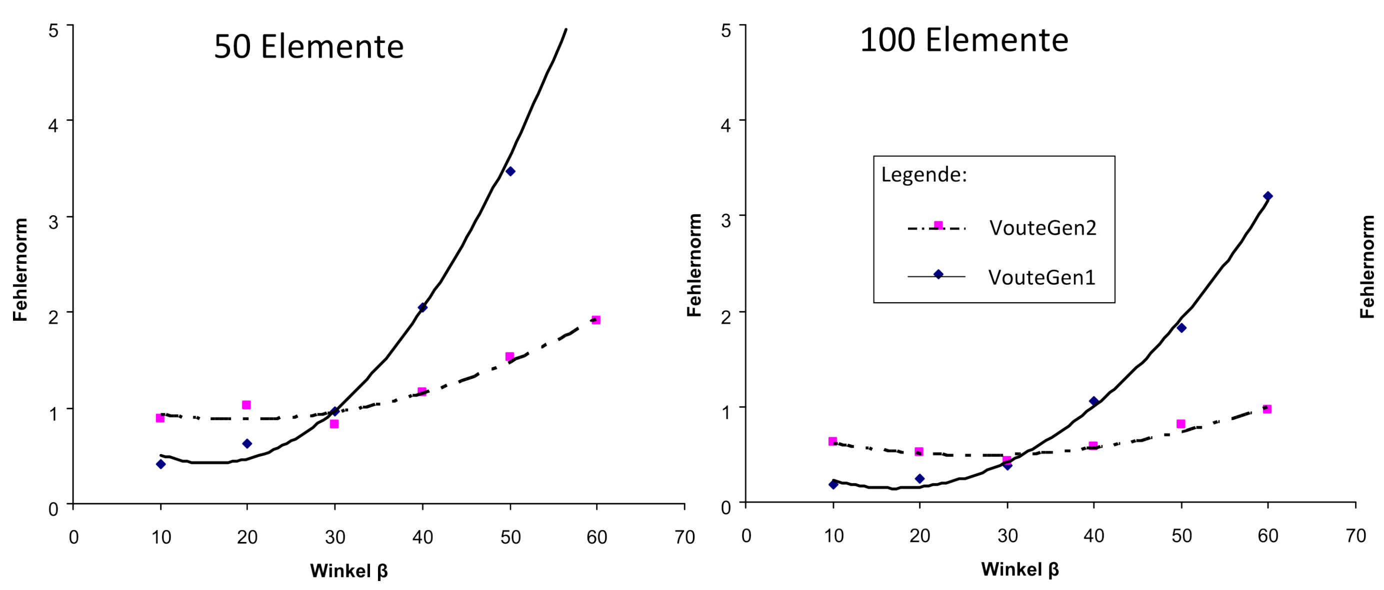
$$\delta w_i(u) = t \int_A \mathbf{S} : \delta\mathbf{E}\,\mathrm{d}A \overset{!}{=} 0 \qquad (2)$$

In Gleichung 2 stellt $\mathbf{S}$ den zweiten Piola-Kirchoff Spannungstensor, $\mathbf{E}$ den Green- Lagrange-Verzerrungstensor und A die Fläche der Referenzkonfiguration dar.
Durch Linearisierung von Gleichung 2 resultiert ein lineares Gleichungssystem mit den Knotenfreiheitsgraden des Optimierungsproblems Δu als Unbekannten.



(a) *VouteGen1+Opti* (b) *VouteGen2+Opti*

5. Ergebnisse der Konvergenzstudie an flächengleichen Vouten mit variablem unteren Neigungswinkel



Fazit: für steile Vouten ab etwa 30° Neigung des Untergurtes bewirkt *VouteGen2* eine deutliche Effizienzsteigerung. Das Netzoptimierungsverfahren hingegen erzielt keine Verbesserung.

[1] E. Stavropoulou, M. Hojjat und K-U. Bletzinger. In-plane mesh regularization for node-based shape optimization problems". In: Computer methods in applied mechanics and engineering 275 (2014).