Darstellung von Falten in Membranen mit der Finite Element Methode

Universität Karlsruhe (TH)

Vertieferarbeit von Alexandra Hoffmann

BAUSTATIK

Einführung

Membrantragwerke versuchen sich der Lastabtragung durch Ausweichen aus der ursprünglichen Lage zu entziehen. Es entstehen Falten. Für die Analyse der sich bildenden Falten soll ein Schalenelement verwendet werden.

Allgemeine Grundlagen

Zur Gleichgewichtsbetrachtung wird die schwache Form des Gleichgewichts herangezogen:

$$\begin{aligned} G(\mathbf{u}, \delta\mathbf{u}) &= G_{int} + G_{ext} = 0 \qquad (1) \\ &= \int_{\mathcal{B}_\sigma} \mathbf{S} : \delta\mathbf{E}\, \mathrm{d}V - \int_{\Omega} \mathbf{P} \cdot \delta\mathbf{u}\, \Omega \end{aligned}$$

Darin wird im Anteil der äußeren Energie eine Folgelast zur Modellierung des Innendrucks beim Beispiel des aufgeblasenen Kissens eingebracht.

$$\mathbf{P} = P\mathbf{n} \qquad (2)$$

Beispiel: Die schubverformte Rechteckschale

Betrachtet wird eine dünne Rechteckschale, die durch eine horizontal angreifende Einzellast $\mathbf{P}$ an ihrem freien, oberen Rand beansprucht wird. Der untere Rand der Rechteckschale ist fest, die Seitenränder frei. Für die Schale wird das aluminiumbeschichtete Melanex verwendet.

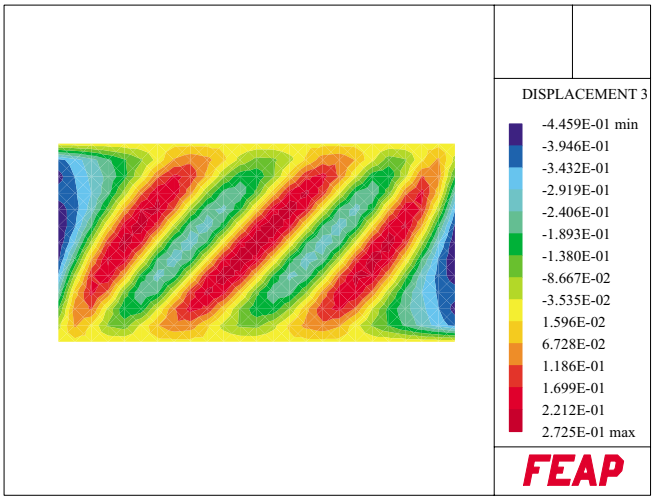

Abb.1: Hauptspannungen bei 288 Elementen infolge $u = 0,05cm$

Die Faltung über die gesamte Schale ist deutlich zu erkennen.

Beispiel: Die HP–Schale

Es wird eine Schale in Form eines hyperbolischen Paraboloids beobachtet, die durch eine gleichmäßig verteilte Flächenlast $\mathbf{q}$ belastet wird. Als Material wird eine 0,15 cm dicke Stahlfolie benutzt.

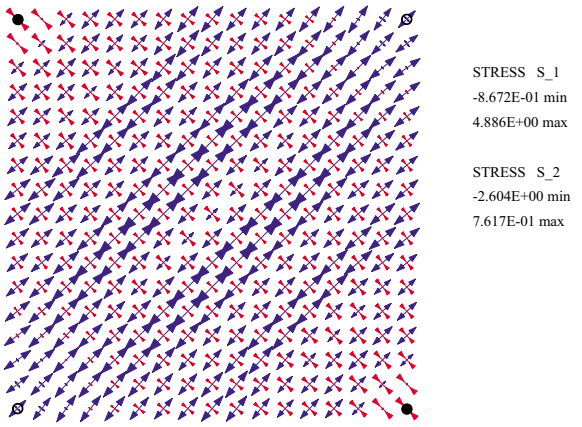

Abb.2: Hauptspannungen bei 288 Elementen infolge $u = 0,05cm$

Die Ausrichtung der Zugspannungen an der Diagonalen zwischen den Hochpunkten ist in obiger Abb.2 ersichtlich. Ebenso verlaufen die Falten mit deutlicher Orientierung entlang dieser Diagonalen.

Beispiel: Das aufgeblasene Kissen

Das aufblasbare Kissen wird gebildet von zwei ebenen, übereinanderliegenden, quadratischen Kunstoffolien, die entlang der Ränder miteinander verschweißt sind. Die Beanspruchung wird in Form eines Innendrucks $\mathbf{p}_i$ aufgebracht, der nun durch die implementierte Folgelast ausgedrückt wird.

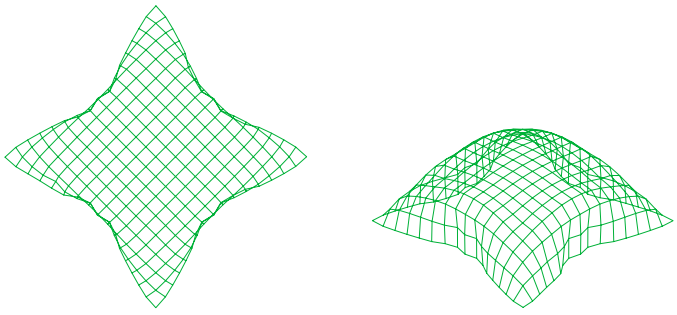

Abb.3: Darstellung der Faltenbilder eines aufgeblasenen Kissens mit 256 Elementen

Aufgrund der gegebenen Bedingungen und Belastung verformt sich das Tragwerk sehr stark und es tritt bereichsweise Faltung auf.