

**Experimentelle und numerische Untersuchungen  
zur aussteifenden Wirkung  
von Trapezblechscheiben**

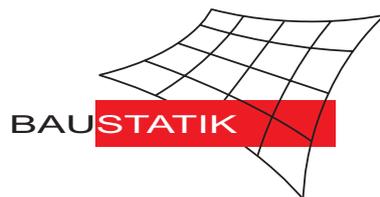
**R. Sauer, W. Wagner**

**Mitteilung 1(1995)**

**Experimentelle und numerische Untersuchungen  
zur aussteifenden Wirkung  
von Trapezblechscheiben**

**R. Sauer, W. Wagner**

**Mitteilung 1(1995)**



# Experimentelle und numerische Untersuchungen zur aussteifenden Wirkung von Trapezblechscheiben

R. Sauer • W. Wagner

Zur räumlichen Aussteifung von biegedrillknickgefährdeten Trägern wird insbesondere bei Hallenkonstruktionen die Schubfeldsteifigkeit der Trapezblecheindeckung mit herangezogen. Nach DIN 18800 Teil 2, Element 308 [1], muß die vorhandene Schubfeldsteifigkeit mindestens so groß sein, daß für die auszusteifenden Träger von einer gebundenen Drehachse ausgegangen werden kann. In der vorliegenden Untersuchung wird anhand von Versuchen und Vergleichsberechnungen gezeigt, daß bereits erheblich geringere Steifigkeiten genügen, um Biegeträger ausreichend gegen Biegedrillknicken zu stabilisieren.

## 1 Einleitung

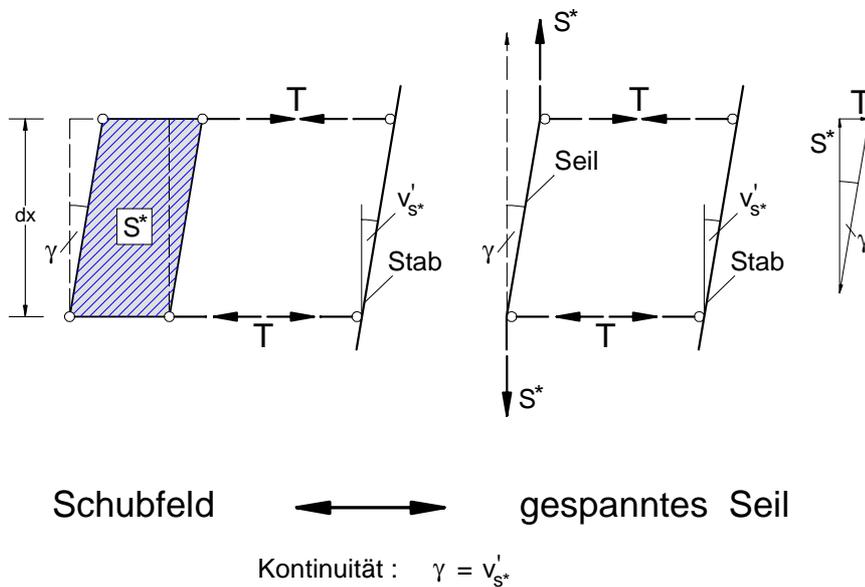
Bei Biegeträgern besteht unter vertikaler Belastung die Gefahr des Biegedrillknickens, bei dem seitliches Ausweichen und Verdrehen des Querschnittes gleichzeitig auftreten. In vielen Fällen tritt jedoch durch seitlich anschließende Konstruktionen, z. B. Trapezprofile eine elastische Stützung auf, die in den Grenzfall der gebundenen Drehachse übergehen kann. Nach [1] Element 308 kann für Einfeldträger der Biegedrillknicknachweis dann entfallen, wenn die vorhandene Schubsteifigkeit der Trapezblechscheiben so groß ist, daß 95% der Verzweigungslast für Systeme mit gebundener Drehachse erreicht werden. Diese Grenzscharsteifigkeit wird somit allein aus der Forderung, eine gebundene Drehachse zu erreichen, gewonnen. Bei vielen baupraktischen Konstruktionen können diese hohen Schubfeldsteifigkeiten jedoch nicht erreicht werden.

In der vorliegenden Arbeit wird gezeigt, daß schon eine geringe Schubfeldsteifigkeit genügt, um Träger ausreichend gegen Biegedrillknicken auszusteifen. Diese rein theoretischen Untersuchungen wurden durch Versuche bestätigt, wobei die Analogie Schubfeld – gespanntes Seil ausgenutzt wird. Die Abweichungen der Ergebnisse dieser Versuche zu den numerischen Vergleichsberechnungen sind gering.

## 2 Schubfeldanalogie

Voraussetzung für die Anwendung von Element 308 ist die Ausbildung eines Schubfeldsystems nach DIN 18807 Teil 3 [2]. Es ist besonders darauf zu achten, daß die einzelnen Profiltafeln untereinander und mit den Randträgern schubfest verbunden werden. Zur vollen Aktivierung gehören z. B. die Befestigung in jeder Sicke mit der Unterkonstruktion und ein Randversteifungsblech. Erfolgt die Befestigung nur in jeder 2. Sicke, so dürfen nur noch 20% der vorhandenen Schubfeldsteifigkeit angesetzt werden.

Wie in [4] gezeigt, ist das Schubfeld selbst dadurch charakterisiert, daß es bei linear – elastischem Verhalten unter der Schubkraft  $T$  den Gleitwinkel  $\gamma$  aufweist. Die Schubfeldsteifigkeit  $S^*$  ist dann gleich der Schubkraft  $T$ , die den Gleitwinkel  $\gamma = 1$  erzeugt (Bild 1).

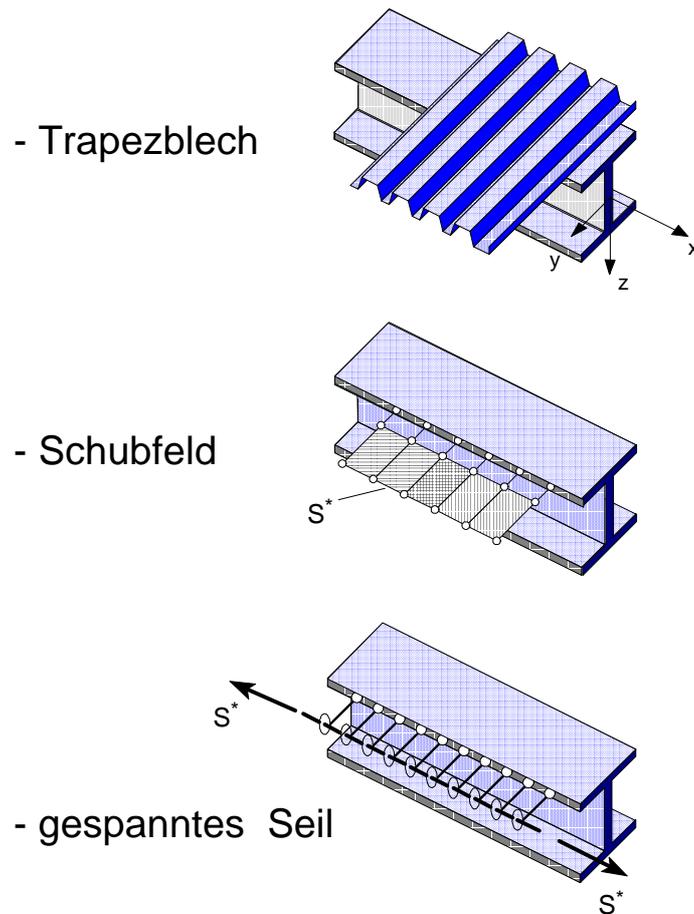


**Bild 1:** Zusammenhang Schubfeld – gespanntes Seil

Koppelt man das Schubfeld an einen Stab, so wird dadurch der Stabneigungswinkel  $v'_{S^*}$  an der Anschlußstelle behindert. Ebenso gilt die Kontinuitätsbedingung  $\gamma = v'_{S^*}$ . Die gleiche Wirkungsweise tritt bei einem parallel zum Stab gespannten Seil auf, das mit der Zugkraft  $S^*$  gezogen wird und

über starre Pendelstäbe an den Stab angeschlossen ist. Auch hier gilt für kleine Winkel  $\gamma = \frac{T}{S^*}$ .

In ihrer Wirkungsweise verhalten sich demnach das Trapezblech, das Schubfeld sowie das parallel zum Träger gespannte Seil analog zueinander (Bild 2).

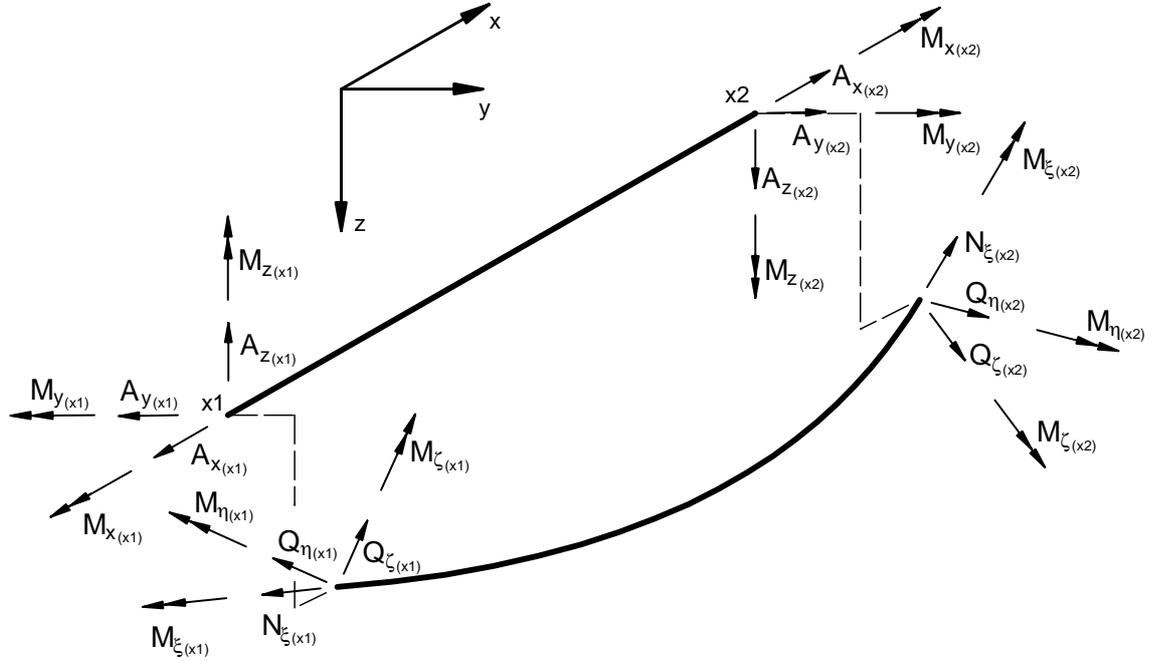


**Bild 2:** Analogiebetrachtung: Trapezblech – Schubfeld – gespanntes Seil

### 3 DGL für den allgemeinen räumlichen Stab

Den folgenden Berechnungen nach der Stabtheorie liegen die Differentialgleichungen für den räumlich beanspruchten Stab unter Berücksichtigung der Schubweichheit nach *Maier* [3] zugrunde. Darin sind die Schubeinflüsse sowohl bei den Spannungen als auch bei den Steifigkeiten berücksichtigt. Die Gleichgewichtsaussage folgt aus der Anwendung des Prinzips der virtuellen

Verrückungen, woraus sich direkt Differentialgleichungen erster Ordnung ergeben, die Schnittgrößen am unverformten und am verformten Querschnitt sind in Bild 3 dargestellt.



**Bild 3:** Definition der Schnittkräfte im Ausgangs- und verformtem System

Das nichtlineare Werkstoffgesetz wird in dieser Theorie durch Sekantenmoduln erfasst, wobei die Steifigkeitsintegrale  $S_{ab} = \int_A E_S \cdot a \cdot b \, dA$  bzw.  $S_{ab}^{y/z} = \int_A G_S \cdot a \cdot b \, dA$  eingeführt werden. Der hochgestellte Index weist dabei auf die Schubspannungsrichtung hin.

Diese Differentialgleichungen nach *Maier* [3] werden nun um das Schubfeld mit der Steifigkeit  $S^*$  erweitert, wie es bereits ausführlich von *Heil* [4] gezeigt wird. Deshalb sollen an dieser Stelle lediglich die Schnittkraft – Verschiebungs – Beziehungen aufgeführt werden, die man nach Variation der Verformungsanteile, der Einarbeitung der Schnittkraft – Verformungs – Beziehung und der notwendigen Linearisierung erhält. Da die Schnittkräfte aus Schubspannungen und diejenigen aus Längsspannungen in den Verschiebungsableitungen entkoppelt sind, ist eine getrennte Behandlung der Gleichungen möglich.

$$\begin{vmatrix} S_{11}^y + N_\xi + \mathbf{S}^* & 0 & -S_{1z}^y - M_\eta - \mathbf{S}^* \cdot \mathbf{z}_{\mathbf{s}^*} \\ 0 & S_{11}^z + N_\xi & S_{1y}^z - M_\zeta \\ -S_{1\omega}^y - M_\eta - \mathbf{S}^* \cdot \mathbf{z}_{\mathbf{s}^*} & -S_{1\omega}^z - M_\zeta & S_{TP} + S_{TT} + M_\rho + \mathbf{S}^* \cdot \mathbf{z}_{\mathbf{s}^*}^2 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} v'_B \\ w'_B \\ \varphi'_x \end{vmatrix}$$

$$= \begin{vmatrix} A_y \\ A_z \\ M_x \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} -Q_\zeta & 0 & -S_{11}^y & S_{1\omega}^y \\ Q_\eta & S_{11}^z & 0 & S_{1\omega}^z \\ -\mathbf{S}^* \cdot \bar{\mathbf{y}}_{\mathbf{s}^*} & -S_{1\omega}^z - M_\zeta & S_{1\omega}^y + M_\eta & -S_{TS} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \varphi_x \\ \varphi_y \\ \varphi_z \\ \kappa \end{vmatrix}$$

In dieser Matrix läßt sich nun sehr gut die stabilisierende Wirkung des Schubfeldes erkennen, wobei die darin enthaltenen Zusatzterme fett gekennzeichnet sind. Die Normalkraftverteilung, als Zugkraft positiv, wird um die Steifigkeit  $S^*$  erhöht. (Auch hier ist der Bezug zur Analogie mit dem Seil zu erkennen, welches ebenfalls mit der Kraft  $S^*$  gespannt wird.) Das Biegemoment  $M_\eta$  wird, bei positivem Abstand des Angriffspunktes  $z_s$ , um  $S^* \cdot z_s$  vergrößert. Bei einem, am Obergurt durch ein Schubfeld ausgesteiften Träger, verringern sich somit die für das instabile Verhalten maßgeblichen Schnittgrößen Längsdruckkraft und Biegemoment. Außerdem erhöht sich die Torsionssteifigkeit um den Summanden  $S^* \cdot z_s^2$ . Weitere Informationen können *Heil* [4] entnommen werden.

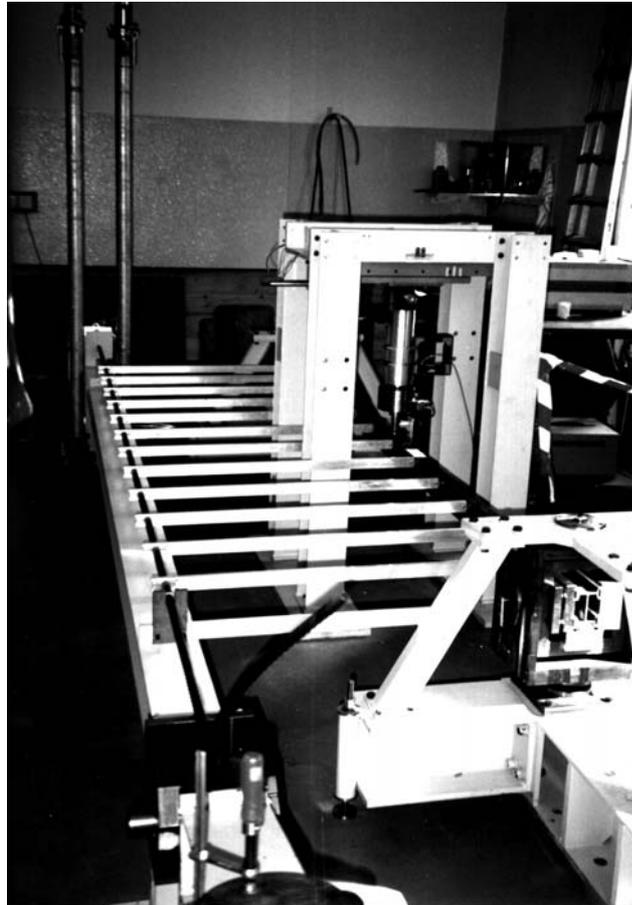
## 4 Durchgeführte Versuche

Zu den umfangreichen Berechnungen, die *Heil* in [4] veröffentlicht hat, wurden Versuche durchgeführt, um die hohe Aussteifungswirkung schon bei kleinen Schubfeldwerten zu prüfen. Hierbei wurden zwei Systeme untersucht: ein gabelgelagerter Einfeldträger und ein beidseitig eingespannter, gabelgelagerter Träger, wie er etwa einem Mittelfeld eines Durchlaufträgers entspricht.

### 4.1 Versuchsanordnung

Als Prüfkörper wurden 3m lange IPE 80 – Träger aus St 37 gewählt, die durch ein am Obergurt angeschlossenes Schubfeld ausgesteift wurden. Das

Schubfeld wurde aufgrund der bestehenden Analogie durch ein parallel zum Obergurt gespanntes Seil realisiert (Bild 4).

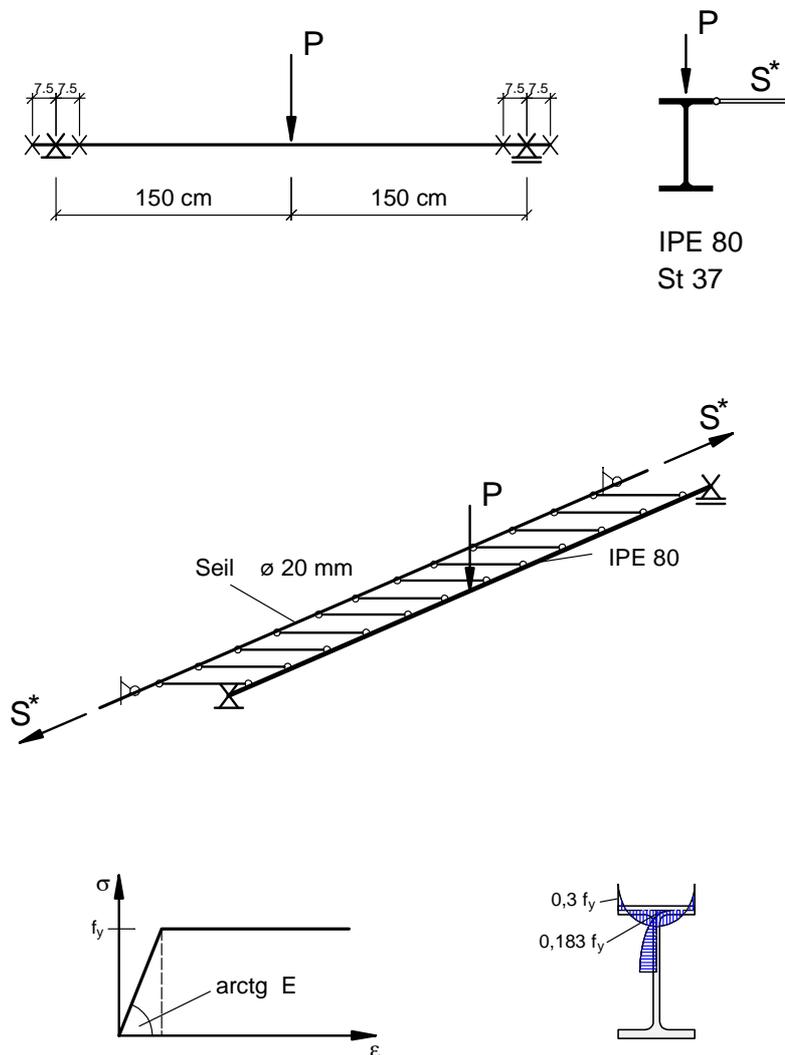


**Bild 4:** Versuchsaufbau

Seil und Träger wurden durch steife Aluminiumrechteckprofile verbunden. Um ein möglichst kontinuierliches Schubfeld zu erhalten, ist deren Abstand untereinander mit 25 cm gewählt.

Die Seilkraft wurde über einen Hebel mit Umlenkung und Gewichte in das Seil eingebracht, wodurch eine konstante von der Verformung des Trägers unabhängige Spannkraft ermöglicht wurde.

Die Versuchsträger wurden in spezielle Lagerkonstruktionen eingebaut und jeweils in Trägermitte durch eine vertikale Einzellast zentrisch am Obergurt belastet.



**Bild 5:** Prinzip des Versuchsaufbaus sowie Materialannahmen

Die beiden Endlager sind so konstruiert, daß der Träger sich bei Gabellagerung jeweils um die beiden Symmetrieachsen momentenfrei verdrehen kann, ebenso ist die Längsverschieblichkeit der Stabenden durch spezielle Gleitlager gewährleistet. Diese Lager haben jedoch den Nebeneffekt, daß sie die Trägerenden über eine Länge von 15 cm gegen Verdrehen um die Stabachse behindern und nicht nur punktuell über dem Auflagergelenk.

Um die Versuchskörper im EDV-Programm möglichst genau abbilden zu können, wurde die Fließspannung aus Materialproben im Zugversuch bestimmt. Ebenso wurde die maximale Vorverformung des Trägers in horizontaler Ebene gemessen. Der prinzipielle Versuchsaufbau ist in Bild 5 dargestellt.

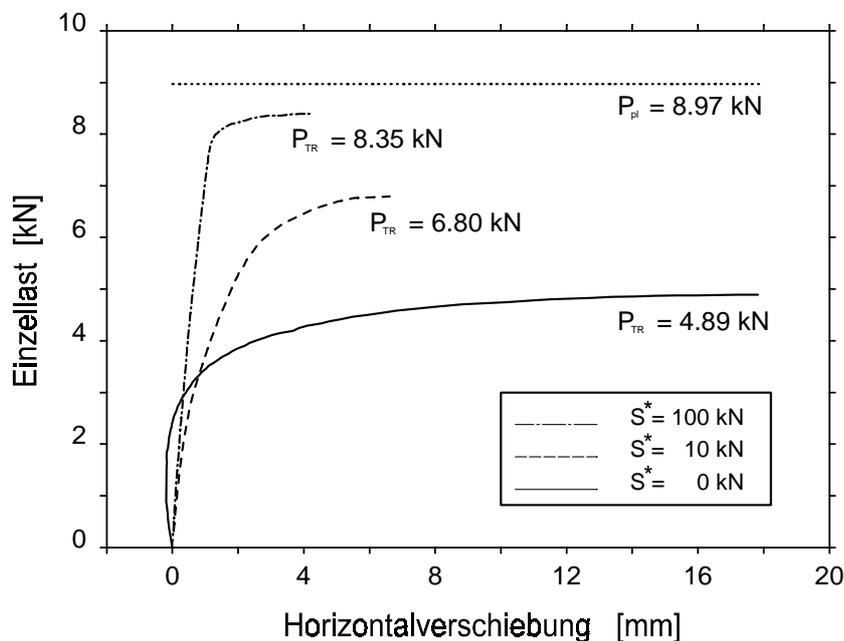
## 4.2 Versuchsergebnisse

### a) gabelgelagerter Einfeldträger

Im Bild 6 sind die Lastverformungskurven der Einzellast über der Horizontalverschiebung des Schwerpunktes in Feldmitte aufgetragen. Die unterste durchgezogene Kurve zeigt das gleichmäßige Ausweichen des Trägers ohne Schubfeld. Durch die starke Vorverformung und Vorverdrehung kommt es zur gegenläufigen Verschiebung im unteren Lastbereich.

Der Versuch mit einer Seilkraft von 10 kN zeigt bereits eine deutliche Stabilisierung des Trägers. Die Traglast wird um fast 40% gegenüber dem Versuch ohne Schubfeld gesteigert. Die gemessene Vorverformung in horizontaler Richtung betrug weniger als  $\ell / 1000$ .

Eine Steigerung der Schubfeldsteifigkeit auf 100 kN stabilisiert den Träger bereits so sehr, daß mit einer Traglast von 8,35 kN bereits 93% der maximal aufnehmbaren Last  $P_{pl}$  bei Bildung des Fließgelenkes in Trägermitte erreicht werden.



**Bild 6:** Horizontalverschiebung in Feldmitte des gabelgelagerten Einfeldträgers (Versuchsergebnisse)

Nach [1] ist für diesen Träger eine Schubfeldsteifigkeit von 6 823 kN erforderlich, um eine ausreichende Stabilisierung gegen Biegedrillknicken zu erhalten.

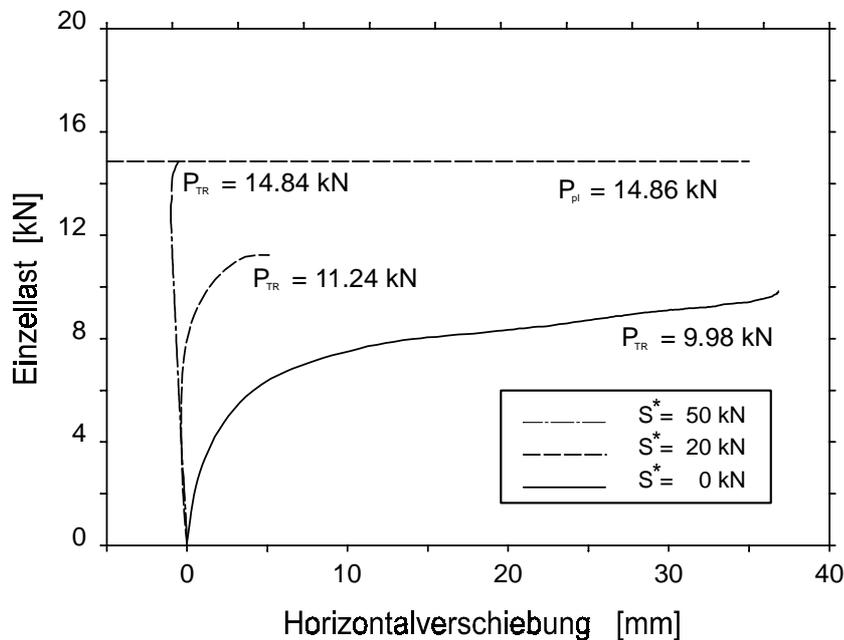
Die ermittelten Vorverformungen in Trägermitte und die Materialkennwerte der Versuchskörper dieser Versuchsreihe sind in Tabelle 1 zusammengefaßt.

		gabelgelagerte Träger			
Schubfeldsteifigkeit $S$	[ kN ]	0	10	20	100
max. Vorverformung $v_0$	[ mm ]	10	3	2	1
max. Vorverdrehung $\beta_0$	[ - ]	-0,015	0	0	0.01
Fließspannung $f_y$	[ N/mm <sup>2</sup> ]	240	240	270	270
E-Modul	[ N/mm <sup>2</sup> ]	196000	196000	196000	196000

**Tabelle 1:** Vorverformung und Materialkennwerte der Versuche am gabelgelagerten Träger

### b) beidseitig eingespannter, gabelgelagerter Einfeldträger

Bei dieser Lagerung wird näherungsweise ein Mittelfeld eines Durchlaufträgers abgebildet. Es ergeben sich an den Trägerenden Bereiche mit negativen Momenten, in denen der Druckgurt nicht durch das Schubfeld ausgesteift wird.



**Bild 7:** Horizontalverschiebung in Feldmitte des eingespannten Einfeldträgers (Versuchsergebnisse)

Auch hier zeigen die Versuche und Vergleichsberechnungen mit den ermittel-

ten Kennwerten aus Tabelle 2, daß bereits durch geringe Schubfeldsteifigkeiten eine ausreichende Stabilisierung des Trägers möglich wird (Bild 7).

		eingespannte Träger		
Schubfeldsteifigkeit $S$	[ kN ]	0	20	50
max. Vorverformung $v_0$	[ mm ]	15	20	6
max. Vorverdrehung $\beta_0$	[ - ]	0.02	-0.01	-0.01
Fließspannung $f_y$	[ N/mm <sup>2</sup> ]	260	260	260
E-Modul	[ N/mm <sup>2</sup> ]	191000	191000	191000

**Tabelle 2:** Vorverformung und Materialkennwerte der Versuche am eingespannten Träger

Ohne angeschlossenes Schubfeld versagt der Träger durch starkes seitliches Ausweichen und Verdrehen des Querschnittes (Bild 8a). Bei elastischer Stützung des Obergurtes durch ein Schubfeld mit  $S^* = 50$  kN (Bild 8b) verdreht sich der Querschnitt nur leicht um die Anschlußstelle des Schubfeldes, eine horizontale Verschiebung des Obergurtes tritt erst kurz vor dem Erreichen der Versagenslast ein. Die Traglast  $P_{pl}$  wird dabei zu 99,8% erreicht, es bilden sich Fließgelenke an den Trägerenden und in Feldmitte.



**Bild 8:** Versagenszustände:

a) ohne

und

b) mit Schubfeld

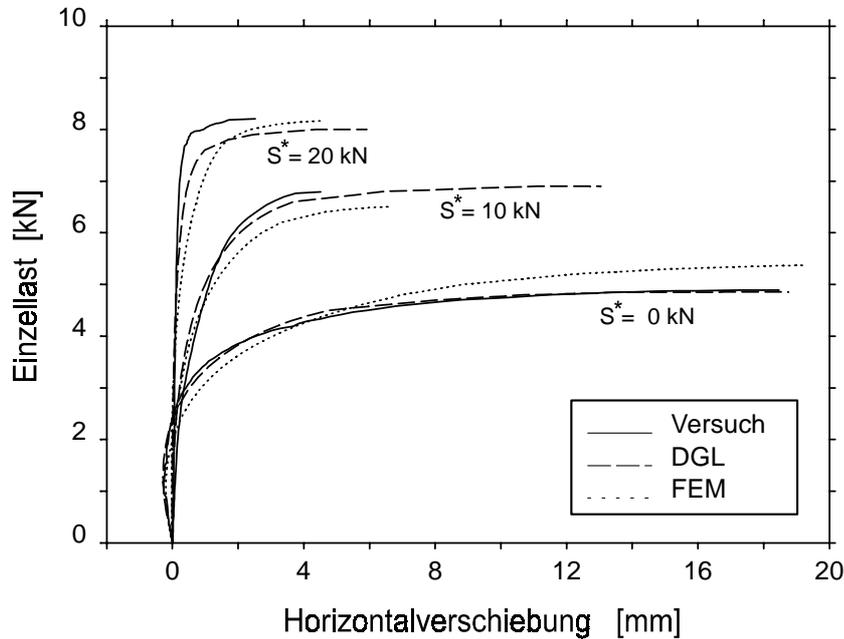
## 5 Vergleichsberechnungen

Für die numerischen Untersuchungen wurden zwei verschiedene Berechnungsverfahren gewählt, um eine unabhängige Überprüfung der Versuchsergebnisse zu ermöglichen. Zunächst wurde ein EDV-Programm auf der Basis der DGL nach *Maier* [3] um die Schubfeldwirkung erweitert, um somit einen Vergleich mittels der Stabtheorie zu erhalten. Desweiteren wurde der Träger durch finite Schalenelemente diskretisiert und eine FE-Analyse mit dem Programm *FEAP* [5] durchgeführt, wodurch eine weitere unabhängige Vergleichslösung erhalten wurde.

### 5.1 Berechnungen mittels der DGL

Bei den numerischen Analysen auf der Basis der zuvor dargestellten Differentialgleichungen wurden jeweils die Eigenspannungen nach Bild 5, eine sinusförmige Vorverformungen sowie ein linearelastisches – idealplastisches Werkstoffgesetz mit den in Tabelle 1 und 2 zusammengestellten Werten berücksichtigt. Für die numerische Integration über die Stablänge wurde der Stab dabei in mehrere Abschnitte unterteilt, um die ausgeprägten Fließzonen erfassen zu können.

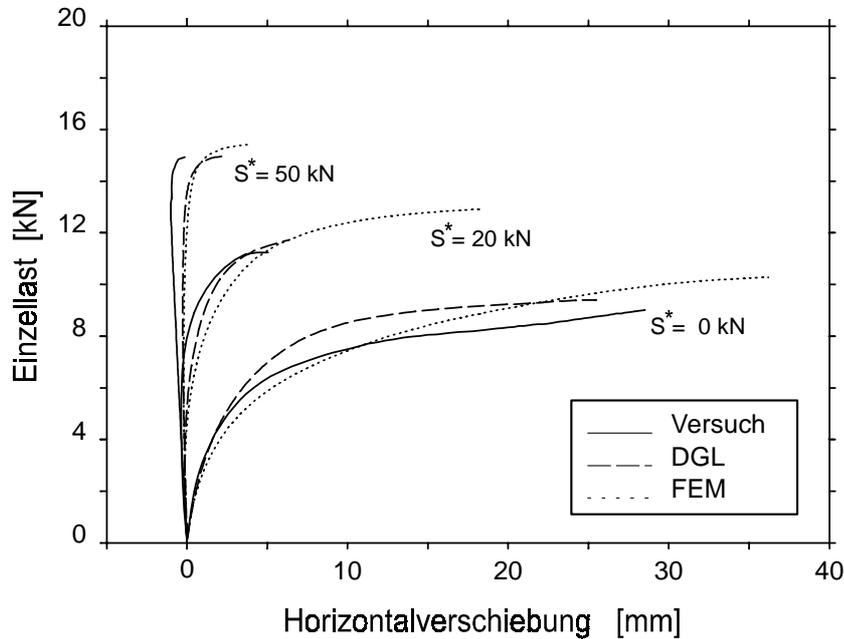
In Bild 9 und 10 sind die Horizontalverschiebungen des Schwerpunktes in Feldmitte für die geführten Berechnungen aufgetragen. Der Vergleich zu den praktischen Versuchen zeigt eine gute Approximation der Last-Verschiebungs-Verläufe.



**Bild 9:** Vergleich der Ergebnisse aus Versuchen und Vergleichsberechnungen für den gabelgelagerten Träger

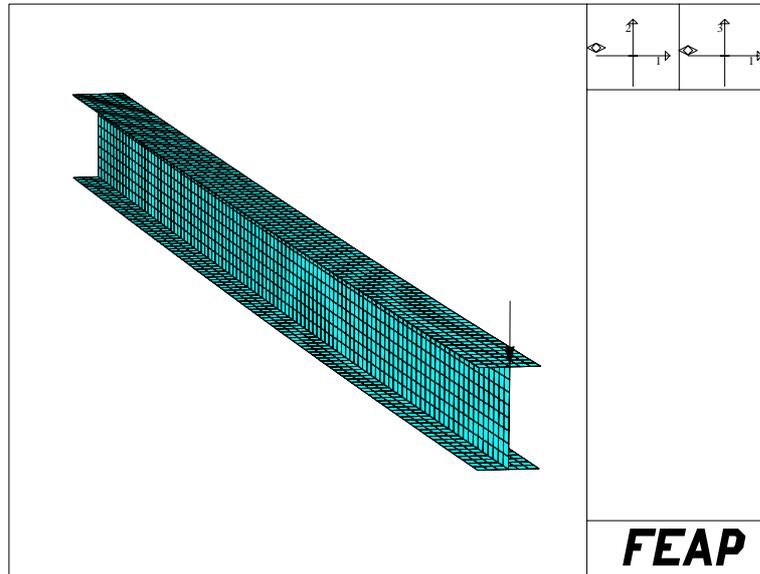
## 5.2 Berechnungen mit der FEM

Als weiterer Vergleich soll der Träger durch ein Rechenmodell aus finiten Schalenelementen diskretisiert werden. Hierfür wurden vierknotige, materiell und geometrisch nichtlineare Schalenelemente mit bilinearen Verschiebungsansätzen, mäßigen Drehungen und fünf Freiheitsgraden je Knoten verwendet. Die Plastizitätsformulierung basiert auf Projektionsverfahren entsprechend *Simo* und *Taylor* [6]. Es wurde eine sinusförmige Vorverformung entsprechend der DGL-Methode angenommen. Eine Berücksichtigung der Eigenspannungen, wie sie in der Berechnung mit den Differentialgleichungen eingearbeitet ist, war im verwendeten Element nicht implementiert.



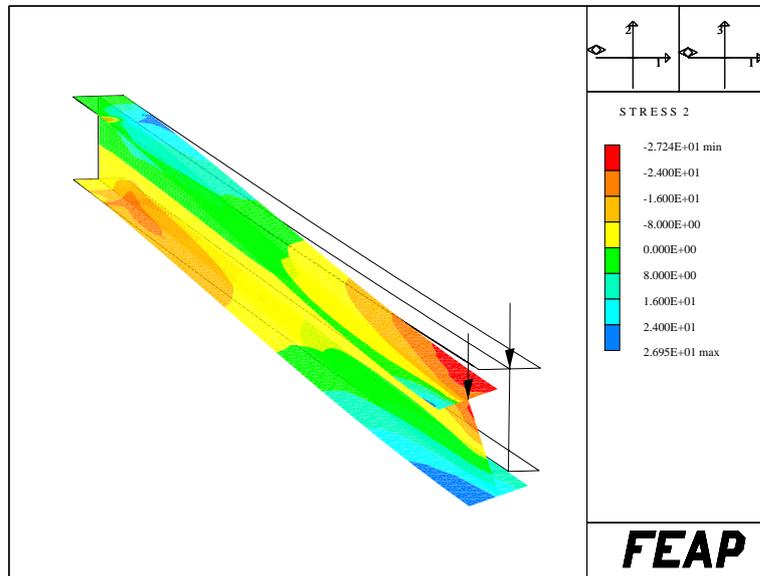
**Bild 10:** Vergleich der Ergebnisse aus Versuchen und Vergleichsberechnungen für den eingespannten Träger

Da durch die jeweils konstante Schalendicke für Gurt und Steg die Querschnittswerte des IPE 80 jedoch nicht erreicht werden, wurden der Diskretisierung Überlegungen vorangestellt, um die Profilabmessungen so anzupassen, daß die vorhandenen Flächen und Trägheitsmomente des Profilquerschnittes erfüllt werden. Die Vorverformung der Träger wurde durch die Modifikation der Netzkoordinaten erfaßt. Da die eingesetzten Verschiebungselemente in Scheibenrichtung bekanntlich sehr steif reagieren, wurde die Netzunterteilung so justiert, daß die Durchbiegung in Trägermitte mit der analytischen Lösung des ebenen Systems relativ übereinstimmt. Daraus ergab sich eine gewählte Vernetzung von 6 Elementen über die Gurtbreite, 8 Elemente über die Steghöhe sowie 100 Elemente über die halbe Trägerlänge (Bild 11). Die Symmetrie in Belastung und Geometrie wurde dabei ausgenutzt.



**Bild 11:** Diskretisierung der Struktur mit finiten Schalenelementen  
(halbes System)

Der Vorteil einer solchen Modellierung mit Schalenelementen liegt darin, daß einerseits bei einem exakt vermessenen Versuchskörper diese Geometrie auch direkt im Berechnungsmodell abgebildet werden kann, und nicht über eine mathematische Funktion angenähert werden muß. Weiterhin können im Rahmen der FEM-Modellierung mit Schalenelementen lokale Stabilitätseffekte (z. B. Stegbeulen) sowie die Spannungsverteilung entlang des Trägers (Bild 12) mit erfaßt werden. Dem entgegen steht der hohe Rechenaufwand im Vergleich zu dem gezeigten Stabmodell.



**Bild 12:** Biegespannungen im Traglastzustand des eingespannten Trägers mit  $S^* = 20 \text{ kN}$  am halben System

Die Vergleichsberechnungen zu den durchgeführten Versuchen zeigen eine gute Approximation der praktischen Versuche durch die numerischen Analysen, wobei die Lösungen nach der FEM zunächst geringfügig weicher sind als die Last-Verschiebungs-Kurven, die auf der Basis der DGL ermittelt wurden. Bei größeren Verformungen kehrt sich der Effekt um. Die Differenzen sind möglicherweise auf die unterschiedliche Art der Diskretisierung zurückzuführen.

## 6 Zusammenfassung

Die numerischen und praktischen Untersuchungen verdeutlichen, daß wesentlich kleinere Schubfeldsteifigkeiten, als nach DIN 18800 Teil 2 gefordert werden, genügen, um Einfeld- und Durchlaufträger ausreichend gegen Biegedrillknicken zu sichern. Dabei kann die Analogie Schubfeld – gespanntes Seil genutzt werden, um einfache Versuchsaufbauten zum Abbilden von Schubfeldern zu realisieren. Bereits die Anordnung weniger Verbindungsstäbe zwi-

schen Seil und Versuchskörper mit diskreten Abständen untereinander bildet das kontinuierliche Schubfeld gut ab.

## Literatur

- [1] DIN 18800, Stahlbauten; Teil 2, Stabilitätsfälle, Knicken von Stäben und Stabwerken, November 1990.
- [2] DIN 18807 Teil 3, Trapezblechprofile, Festigkeitsnachweis und konstruktive Ausbildung, Juni 1987.
- [3] *Maier, D.H.*: Traglastberechnung räumlicher Stabwerke aus Stahl und Leichtmetall unter Berücksichtigung der Schubweichheit. Dissertation, Universität Karlsruhe 1986.
- [4] *Heil, W.*: Stabilisierung von biegedrillknickgefährdeten Trägern durch Trapezblechscheiben. Stahlbau 63 (1994), S. 169 – 178
- [5] *FEAP*: Finite Element Analysis Program. R.L. Taylor, Berkeley.
- [6] *Simo, J.C.; Taylor, R.L.*: Consistent tangent operators for rate-independent elastoplasticity. Comp. Meth. Appl. Mech. Eng. 48 (1985), S. 101–118