

**Tafeln der Torsionskenngrößen
von Walzprofilen unter Verwendung
von FE–Diskretisierungen**

W. Wagner, R. Sauer, F. Gruttmann

Mitteilung 5(1999)

**Tafeln der Torsionskenngrößen
von Walzprofilen unter Verwendung
von FE–Diskretisierungen**

W. Wagner, R. Sauer, F. Gruttmann

Mitteilung 5(1999)



© Prof. Dr.-Ing. W. Wagner Telefon: (0721) 608-2280
Institut für Baustatik Telefax: (0721) 608-6015
Universität Karlsruhe E-mail: bs@uni-karlsruhe.de
Postfach 6980 Internet: <http://www.bs.uni-karlsruhe.de>
76128 Karlsruhe

Werner Wagner, Roland Sauer und Friedrich Gruttmann

Tafeln der Torsionskenngrößen von Walzprofilen unter Verwendung von FE-Diskretisierungen⁺

⁺ *Herrn em. Prof. Dr.-Ing. Dr. sc. techn. h.c. Dr.-Ing. E.h. O. Steinhardt zum 90. Geburtstag gewidmet.*

Ausgehend von der Differentialgleichung und den Randbedingungen der St.-Venantschen Torsionstheorie wird eine Finite-Element-Formulierung zur Ermittlung der Verwölbungen beliebiger Querschnitte beschrieben. Hierbei werden keine vereinfachende Annahmen hinsichtlich Querschnittsgeometrie sowie Verlauf der Verwölbungen getroffen. Auf dieser Basis werden die Torsionskennwerte der gängigen Walzprofile bestimmt. Die gewonnenen Ergebnisse werden den DIN-Tafelwerten gegenübergestellt, welche auf den Berechnungen von Bornscheuer, siehe [3, 4, 5], beruhen. Die Unterschiede werden diskutiert.

Tables of torsional quantities of rolled sections using finite element discretizations

Based on differential equation and boundary conditions of St.-Venants torsion theory a finite element formulation for the calculation of warping functions considering arbitrary cross sections is presented. No simplifications with respect to geometry and basic assumptions concerning the shape of the warping function have to be introduced. The torsional quantities of common rolled sections are calculated based on this procedure. The results are compared with German DIN-standards, where certain simplified assumptions are used, see Bornscheuer [3, 4, 5]. The differences are discussed.

1 Einleitung

Ausführliche Darstellungen der Torsionstheorie nach St.Venant sind in verschiedenen Lehrbüchern beschrieben, z.B. [1, 2]. Dabei sind geschlossene analytische Lösungen des Randwertproblems nur für einige einfache Querschnittsformen möglich. Bei komplizierten Querschnittsformen sind in der Regel nur numerische Lösungen, z.B. mit der Finite-Element-Methode möglich. Hier werden u.a. Arbeiten von Herrmann [6], Krahula et al. [7], Haberl et al. [8], Zeller [9] sowie Gruttmann et al. [10] aufgeführt.

Nachfolgend wird in knapper Form ausgehend von der Differentialgleichung und den Randbedingungen der St.Venantschen Torsionstheorie die zugehörige variationelle Form des Randwertproblems sowie eine entsprechende numerische Umsetzung im Rahmen der Methode der finiten Elemente angegeben. Damit können die Grund-, Einheits- und Hauptverwölbung sowie die maßgebenden Torsionskennwerte beliebiger Querschnitte berechnet werden. Eine detaillierte Beschreibung findet sich in [10].

Für dünnwandige Stahlbauprofile sind Torsionskenngrößen von Bornscheuer [5] berechnet worden, die als Basis der entsprechenden DIN-Normen gelten. Hierbei wurde vereinfachend angenommen, daß die Verwölbung in Dickenrichtung der Einzelbleche konstant ist.

In dieser Arbeit werden nun die Querschnitts- und Torsionskennwerte der Stahlbauprofile mit der Methode der finiten Elemente berechnet und den in der DIN angegebenen Größen gegenübergestellt. Die Ursachen von Abweichungen werden diskutiert.

2 St.Venantsche Torsion prismatischer Stäbe

Bei dem hier betrachteten prismatischen Stab wird die Koordinate in Richtung der Stabachse mit x , das Querschnittsgebiet mit Ω und der Rand mit $\partial\Omega$ bezeichnet. Die Querschnittsachsen y, z müssen keine Hauptachsen sein und können sich auf einen beliebigen Punkt beziehen. Das parallele Koordinatensystem \bar{y}, \bar{z} geht durch den Schwerpunkt S . Der Tangentenvektor \mathbf{t} und der nach außen gerichtete Normalenvektor $\mathbf{n} = [n_y, n_z]^T$ bilden ein rechtshändiges Basissystem. Damit ist die Richtung der Randkoordinate s eindeutig festgelegt, siehe Bild 1.

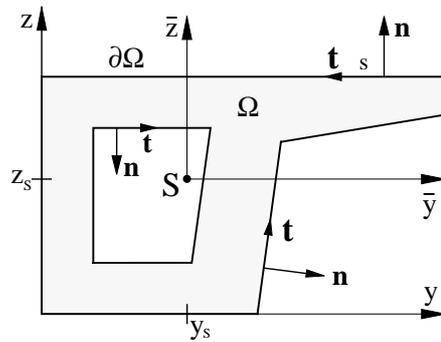


Bild 1: Querschnitt eines prismatischen Stabes — Cross-section of a prismatic beam

Der Stab wird einem Torsionsmoment M_T mit konstanter Verdrillung α unterworfen. Der Verdrehwinkel $\beta_x = \alpha x$ wird als klein vorausgesetzt.

Das zugrundeliegende Randwertproblem lautet unter Verwendung des Laplace-Operators $\Delta = (\cdot)_{,yy} + (\cdot)_{,zz}$ mit der Wölbfunktion $w = w(y, z)$

$$\Delta w = 0 \quad \text{in } \Omega \quad n_y (w_{,y} - z) + n_z (w_{,z} + y) = 0 \quad \text{auf } \partial\Omega. \quad (1)$$

Die zugehörige schwache Form erhält man mit Einführung von Testfunktionen v auf übliche Weise – siehe auch [10] – zu

$$G(w, v) = \int_{(\Omega)} [w_{,y} v_{,y} + w_{,z} v_{,z}] \, dA - \oint_{(\partial\Omega)} [n_y z - n_z y] v \, ds = 0. \quad (2)$$

Die Schubspannungen aus Torsion sind durch Ableitungen der Wölbfunktion

$$\tau_{xy} = G\alpha (w_{,y} - z) \quad \tau_{xz} = G\alpha (w_{,z} + y) \quad (3)$$

sowie den Schubmodul G gegeben.

Die sogenannte *Grundverwölbung* w ist Lösung des Randwertproblems (1) oder (2). Die *Einheitsverwölbung* \bar{w} ist durch

$$\bar{w} = w - \frac{1}{A} \int_{(\Omega)} w \, dA, \quad \int_{(\Omega)} \bar{w} \, dA = 0 \quad (4)$$

definiert, wobei A der Flächeninhalt des betrachteten Querschnittes ist. Im Randwertproblem (1) kann w durch \bar{w} ersetzt werden, da sich beide nur durch eine Konstante unterscheiden. Aus der Einheitsverwölbung können nun die Koordinaten y_D und z_D des Drillruhepunktes D ermittelt werden, der mit dem Schubmittelpunkt M $\{y_M, z_M\}$ übereinstimmt, siehe z.B. Trefftz [12], Gruttmann et al. [11]. Im Rahmen der Biegetorsionstheorie prismatischer Stäbe wird der Drillruhepunkt als Drehpunkt bei freier Torsion ohne Zwangskräfte definiert. Aus $N = M_z = M_y = 0$ folgen die Orthogonalitätsbedingungen

$$\int_{(\Omega)} \tilde{w} \, dA = 0, \quad \int_{(\Omega)} \tilde{w} y \, dA = 0, \quad \int_{(\Omega)} \tilde{w} z \, dA = 0. \quad (5)$$

In (5) ist \tilde{w} die sogenannte *Hauptverwölbung*, die durch die Transformation

$$\tilde{w} = \bar{w} + y_M \bar{z} - z_M \bar{y} \quad (6)$$

definiert ist. Da $\bar{y} = y - y_S$ und $\bar{z} = z - z_S$ Schwerpunktskoordinaten sind, ist (5)₁ mit (4) identisch erfüllt. Die noch unbekanntenen Koordinaten y_M und z_M ergeben sich aus den restlichen Bedingungen (5)₂ und (5)₃

$$y_M = -\frac{A_{\bar{w}\bar{z}} A_{\bar{y}\bar{y}} - A_{\bar{w}\bar{y}} A_{\bar{y}\bar{z}}}{A_{\bar{y}\bar{y}} A_{\bar{z}\bar{z}} - A_{\bar{y}\bar{z}}^2}, \quad z_M = \frac{A_{\bar{w}\bar{y}} A_{\bar{z}\bar{z}} - A_{\bar{w}\bar{z}} A_{\bar{y}\bar{z}}}{A_{\bar{y}\bar{y}} A_{\bar{z}\bar{z}} - A_{\bar{y}\bar{z}}^2} \quad (7)$$

mit der abkürzenden Schreibweise $A_{ab} = \int_{(\Omega)} ab \, dA$. Das auf M bezogene Wölbflächenmoment 2. Grades (Wölbwiderstand) I_ω lautet

$$I_\omega = \int_{(\Omega)} \tilde{w}^2 \, dA. \quad (8)$$

Das Torsionsmoment M_T ist durch Integration der Schubspannungen über den Querschnitt definiert. Hieraus kann das Torsionsflächenmoment 2. Grades (Torsionswiderstand)

$$I_T = \int_{(\Omega)} [(w_{,z} + y)y - (w_{,z} - z)z] \, dA \quad (9)$$

hergeleitet werden.

3 Finite–Element–Formulierung

Die schwache Form des Randwertproblems (2) kann näherungsweise im Rahmen der Methode der finiten Elemente gelöst werden. Für die Koordinaten $\mathbf{x} = [y, z]^T$, die Wölbfunktion w und die Testfunktionen v werden innerhalb eines isoparametrischen Konzepts die gleichen Ansätze gewählt

$$\mathbf{x}^h = \sum_{I=1}^{nel} N_I(\xi, \eta) \mathbf{x}_I, \quad w^h = \sum_{I=1}^{nel} N_I(\xi, \eta) w_I, \quad v^h = \sum_{I=1}^{nel} N_I(\xi, \eta) v_I. \quad (10)$$

Dabei bezeichnet $nel = 4, 9, 16, \dots$ die Anzahl der Knoten pro Element und N_I entsprechende Lagrange–Funktionen, die von den normierten Koordinaten ξ und η abhängen. Der Index h

kennzeichnet den Näherungscharakter der FE-Lösung. Durch Einsetzen der Ansätze in (2) folgt

$$G(w^h, v^h) = \bigcup_{e=1}^{numel} \sum_{I=1}^{nel} \sum_{K=1}^{nel} v_I (K_{IK}^e w_K - P_I^e) = 0. \quad (11)$$

Der Operator \bigcup beschreibt den Zusammenbau mit $numel$ als Gesamtanzahl der finiten Elemente zur Berechnung des Problems. Der Beitrag der Steifigkeitsmatrix K_{IK}^e zu den Knoten I und K sowie der rechten Seite P_I^e lautet

$$K_{IK}^e = \int_{(\Omega_e)} (N_{I,y} N_{K,y} + N_{I,z} N_{K,z}) dA_e, \quad P_I^e = \int_{(\partial\Omega)} (n_y z - n_z y) N_I ds. \quad (12)$$

Nach dem Zusammenbau der Elementanteile folgt aus (11) ein lineares Gleichungssystem. Zur Lösung muß für einen beliebigen Knotenpunkt I die Randbedingung $w_I = 0$ berücksichtigt werden.

4 Bemerkungen zu den Tafelwerten der Normen

Nachfolgend werden die Näherungsformeln zur Berechnung der Torsionskennwerte von Stahlbauprofilen aufgeführt und erläutert, siehe auch [5]. Die daraus ermittelten Zahlenwerte liegen den Normen zugrunde.

4.1 Annahmen bei der Berechnung des Torsionswiderstands

Der St. Venantsche Torsionswiderstand I_T dünnwandiger offener Profile wird unter Verwendung der üblichen Bezeichnungen mit der Formel

$$I_T = 2 \left[\frac{1}{3} b t^3 \left(1 - 0.63 \frac{t}{b} \right) \right] + \frac{1}{3} (h - 2t) s^3 + 2 \alpha D^4 \quad (13)$$

berechnet. Bei Querschnittsteilen mit linear veränderlicher Wandstärke kann bei einer geringen Neigung näherungsweise mit der mittleren Dicke t_m gerechnet werden.

Der Torsionswiderstand I_T eines Rechtecks mit den Abmessungen $a \times b$ lautet

$$I_T = \frac{a b^3}{3} \left[1 - \frac{192}{\pi^5} \frac{b}{a} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)^5} \tanh \frac{(2n+1) \pi a}{2b} \right]. \quad (14)$$

Da diese Reihe schnell konvergiert, wird z.B. in [2] die Näherung für $b/a \ll 1$

$$I_T \approx \frac{a b^3}{3} \left(1 - 0.63 \frac{b}{a} \tanh \frac{\pi a}{2b} \right) \approx \frac{a b^3}{3} \left(1 - 0.63 \frac{b}{a} \right) \quad (15)$$

eingeführt. Der erste Term in (13) liefert somit den Beitrag der Flansche sowie der zweite Term den Beitrag des Steges. Der letzte Term berücksichtigt die Vergrößerung von I_T infolge der Ausrundung vom Steg zu den Flanschen. Der Beiwert α berechnet sich nach [13] für I-Profile mit beidseitiger Ausrundung an den Flanschen zu

$$\alpha = \left(0.1 \frac{r}{t} + 0.145 \right) \frac{s}{t}, \quad (16)$$

für U-Profile mit einseitiger Ausrundung an den Flanschen zu

$$\alpha = (0.07 \frac{r}{t} + 0.076) \frac{s}{t}. \quad (17)$$

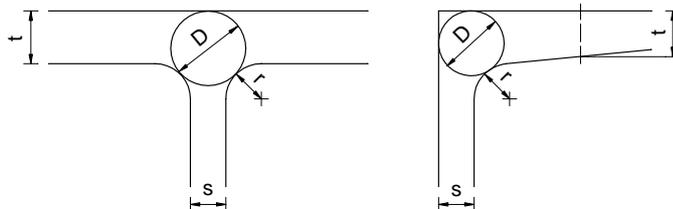


Bild 2: Zur Berechnung des Durchmessers D – On the calculation of diameter D

Der Durchmesser D wird mit der Formel

$$D = [(t + r)^2 + s(r + \frac{s}{4})] / (2r + t) \quad (18)$$

bestimmt. Dabei bedeuten in (13) – (18) s = Stegdicke, t = Flanschdicke und r = Radius bei der Ausrundung im Bereich des Übergangs vom Flansch zum Steg, siehe Bild 2. Bei der Berechnung des Torsionswiderstands von gleichschenkligen und ungleichschenkligen Winkelprofilen wird die Näherung eines langen Rechtecks angewendet. Für ein gleichschenkliges Winkelprofil ergibt sich I_T zu

$$I_T = \frac{1}{3} s^3 (2a - s) \quad (19)$$

mit s = Profildicke und a = Schenkellänge. Für ein ungleichschenkliges Winkelprofil errechnet sich I_T zu

$$I_T = \frac{1}{3} s^3 (a + b - s) \quad (20)$$

mit s = Profildicke und a, b = Länge der einzelnen Schenkel.

Der Torsionswiderstand dünnwandiger geschlossener Profile wird nach der 2. Bredtschen Formel

$$I_T = \frac{4(A_m)^2}{U} t \quad (21)$$

berechnet. Dabei ist A_m die von den Profilmittellinien umschlossene Fläche, t = die Profildicke und U die Umfangslänge der Profilmittellinie. Die Herleitung dieser Formel erfolgt mit der Annahme konstanter Schubspannungen über die Wanddicke.

4.2 Annahmen bei der Berechnung des Wölbwiderstands

Die Ermittlung des Wölbwiderstands I_ω in [5] basiert auf der Hauptverwölbung der Profilmittellinie. Bei der Berechnung werden die Einflüsse der Ausrundungen und die Veränderlichkeit der Querschnittsverwölbungen in Dickenrichtung der Einzelbleche vernachlässigt. Beide Einflüsse sind nach Bornscheuer vernachlässigbar und heben sich teilweise auf. Beim U-Profil sind die Abstände des Schubmittelpunktes M zum Schwerpunkt S aus der DIN 1026 der Rechnung zugrunde gelegt. Anzumerken sei noch, daß in den Tabellenwerken [13] und [14] die Werte des Wölbwiderstandes für I-Profile nach der Formel

$$I_\omega = \frac{1}{24} tb^3 (h - t)^2 \quad (22)$$

berechnet werden.

Für Winkelprofile, T-Profile sowie Kreuz-Profile sind die Verwölbungen bei Annahme von Lini-
enquerschnitten Null. Die bei realen Profilen mit endlicher Dicke doch noch vorhandenen relativ
kleinen Wölbwiderstände stammen aus der Verteilung der Wölbfunktion in Querrichtung.

5 FE-Berechnung der Torsionskennwerte

5.1 Vorbemerkungen

Die vorgestellte Finite-Element-Formulierung ist in eine erweiterte Version des Programms
FEAP implementiert, siehe [15]. Die Lösung des aus (11) resultierenden Gleichungssystems er-
gibt die Knotenwerte der Grundverwölbung w . Die Koordinaten des Schubmittelpunktes y_M
und z_M folgen mit der Einheitsverwölbung (4) aus Gleichung (7). Damit kann die Haupt-
verwölbung gemäß (6) und der Wölbwiderstand I_ω nach (8) bestimmt werden. Schließlich erhält
man den Torsionswiderstand I_T durch Integration der Wölbfunktion nach Gleichung (9). Vor-
handene Symmetrien werden bei der FE-Diskretisierung berücksichtigt.

Folgende Bemerkungen gelten für die durchgeführten Berechnungen:

- Bei den FE-Berechnungen der untersuchten Walzprofile wurde die vorhandene Quer-
schnittsgeometrie, d.h. die Ausrundungen und die Abrundungen an den Flanschenden
sowie die Flanschneigungen berücksichtigt. Die Kreisbögen der Ausrundungen wurden
entsprechend der gewählten Diskretisierung stückweise durch den Ansatz (10)₁ approxi-
miert.
- Die FE-Daten wurden mit einem Netzgenerierungsprogramm in allgemeiner Form er-
stellt. Je Profilverihe sind nur jeweils die profilspezifischen Daten wie z.B. h, b, s, t, r_1, r_2
anzugeben.
- Es wurden Testrechnungen mit isoparametrischen Elementen mit 3,4,8 und 9 Knoten
pro Element durchgeführt. Letztere lieferten bei gleicher Unbekanntenzahl die besten
Ergebnisse und wurden im Rahmen der nachfolgenden Untersuchung eingesetzt.
- Bei der Diskretisierung kann die Netzdichte vorgegeben werden. Die automatische Ver-
netzung erfolgt nach der 'Advancing Front Method'. Die nachfolgend gezeigten FE-Netze
stellen nur überschaubare Beispiele dar. Die FE-Netze wurden solange verfeinert, bis in
der 5. signifikanten Stelle keine Änderungen mehr auftraten.
- In den Rechnungen werden die Querschnittsfläche A , die Flächenträgheitsmomente I_y
und I_z sowie die Schwerpunktskoordinaten y_S und z_S ebenfalls ermittelt. Die Tafelwerte
werden bestätigt. Einzelheiten können [16] entnommen werden.

Die nachfolgenden Abschnitte gliedern sich wie folgt:

Je Profilverihe werden zunächst zwei Beispiele der FE-Vernetzung dargestellt. Im Anschluß
wird qualitativ der Verlauf der Hauptverwölbungen dieser Profile abgebildet. In der darauffol-
genden Tabelle werden die hier berechneten Werte den Tafelwerten aus der jeweiligen Norm
gegenübergestellt. Der Index *Tafel* kennzeichnet den vertafelten Wert, der Index *FEM* den hier
berechneten Wert. Der Wölbwiderstand I_ω wird für alle Profilverihen wie in [14] mit $cm^6 \cdot 10^{-3}$

angegeben. Bei vorhandenen Symmetrien liegt der Schubmittelpunkt auf der Symmetrieachse und der entsprechende Wert ist nicht angegeben. Als *Fehler* wird die Differenz zwischen berechnetem und vertafeltem Wert bezogen auf den vertafelten Wert definiert. Zum Abschluß werden die Ergebnisse diskutiert.

5.2 I-Reihe nach DIN 1025 Teil 1

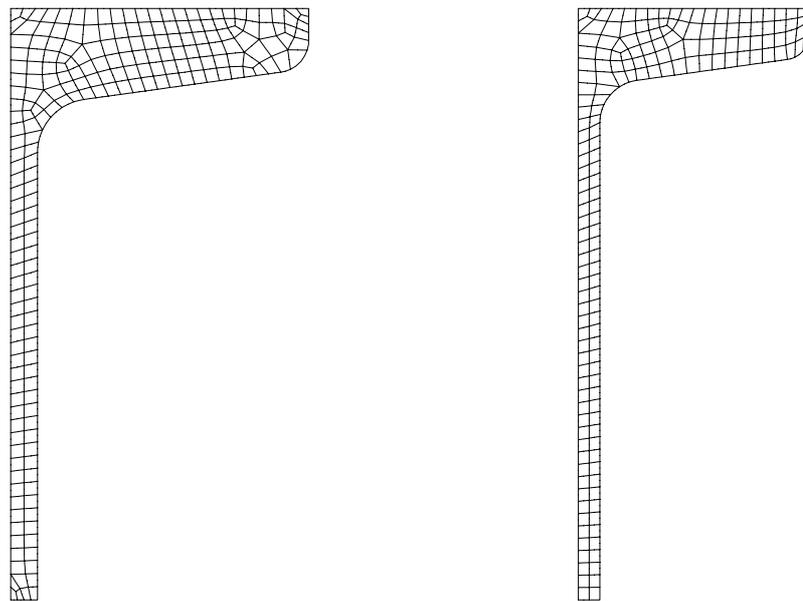


Bild 3: FE-Netze der Profile I 100 sowie I 400 – FE-meshes of the sections I 100 and I 400

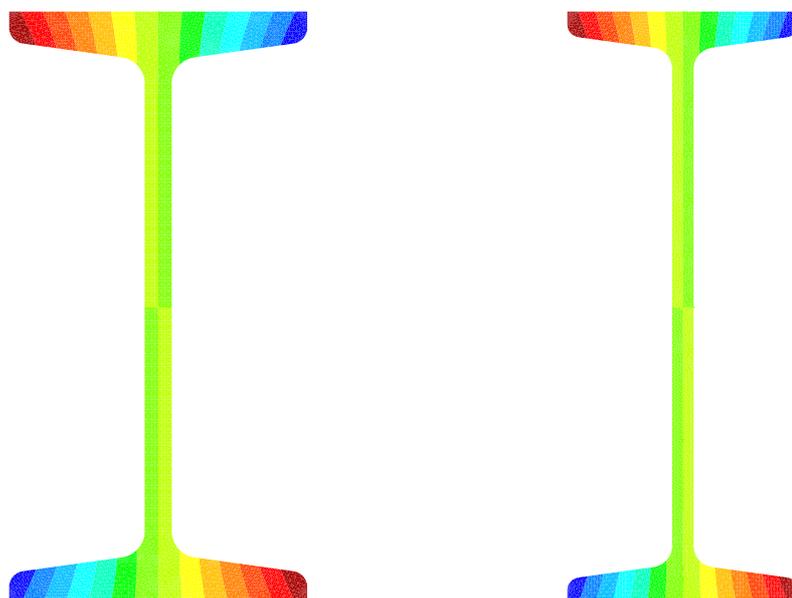


Bild 4: Hauptverwölbung der Profile I 100 sowie I 400 – Warping functions of the sections I 100 and I 400

Profil	$I_T(Tafel)$	$I_T(FEM)$	Fehler	$I_\omega(Tafel)$	$I_\omega(FEM)$	Fehler
-	cm^4	cm^4	[%]	$cm^6 \cdot 10^{-3}$	$cm^6 \cdot 10^{-3}$	[%]
80	0.87	0.818	-5.88	0.087	0.0813	-6.59
100	1.60	1.512	-5.53	0.268	0.2497	-6.83
120	2.71	2.569	-5.21	0.685	0.6399	-6.59
140	4.32	4.104	-5.01	1.54	1.442	-6.38
160	6.57	6.238	-5.06	3.14	2.941	-6.33
180	9.58	9.114	-4.87	5.92	5.563	-6.03
200	13.5	12.88	-4.63	10.52	9.8823	-6.06
220	18.6	17.72	-4.73	17.76	16.688	-6.03
240	25.0	23.80	-4.82	28.73	27.035	-5.90
260	33.5	31.78	-5.15	44.07	41.483	-5.87
280	44.2	41.95	-5.09	64.58	60.781	-5.88
300	56.8	53.71	-5.44	91.95	86.467	-5.96
320	72.5	68.50	-5.51	128.8	121.32	-5.81
340	90.4	85.30	-5.64	176.3	166.11	-5.78
360	115	108.0	-6.06	240.1	226.14	-5.81
380	141	131.3	-6.88	318.7	300.25	-5.79
400	170	160.0	-5.91	419.6	395.41	-5.77
450	267	250.6	-6.14	791.1	745.49	-5.76
500	402	375.4	-6.62	1403	1321.7	-5.79
550	544	531.5	-2.29	2389	2252.9	-5.70

Tabelle 1: Torsionskennwerte für die I-Reihe nach DIN 1025 Teil 1 – Torsional quantities of the I-sections according to DIN 1025 part 1

Bei der FE-Berechnung der Werte für I_T wird durchweg ein kleinerer Wert ermittelt. Die Abweichung zu den Tafelwerten betragen zwischen 2.3% und 6.9%. In [5] werden die Torsionswiderstände I_T nach Formel (13) berechnet. Die Abrundungen der Flanschenden werden nicht berücksichtigt. Da die Flanschneigungen gering sind, kann in (13) näherungsweise die mittlere Flanschdicke eingesetzt werden.

Bei den Werten für I_ω zeichnet sich ein ähnliches Bild ab. Die mit der FE-Methode berechneten Werte sind kleiner als die vertafelten Werte. Die Abweichungen betragen zwischen 5.7% und 6.8%. Nach [5] basiert die Berechnung von I_ω auf der Hauptverwölbung der Profilmittellinie. Dabei wird ein konstanter Verlauf der Wölbfunktion in Dickenrichtung angenommen. Ausrundungen werden dabei nicht berücksichtigt. Die hier berechneten Ergebnisse zeigen, daß der Verlauf in Dickenrichtung insbesondere bei den kleineren Profilen nicht konstant ist, siehe Bild 4. Vor allem im Bereich der Abrundungen der Flanschenden ist der Verlauf in Dickenrichtung veränderlich. Dies erklärt die Unterschiede zu den Ergebnissen in [5].

5.3 IPE-, HEA-, HEB- und HEM-Reihe nach DIN 1025 Teile 2-5

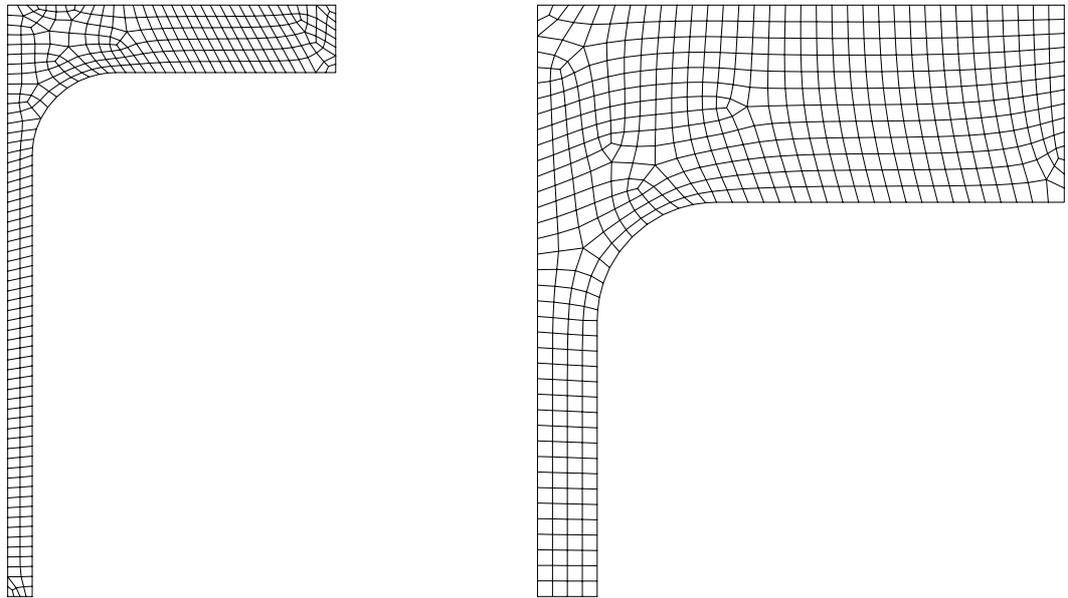


Bild 5: FE-Netze der Profile IPE 100 sowie HEM 100 – FE-meshes of the sections IPE 100 and HEM 100

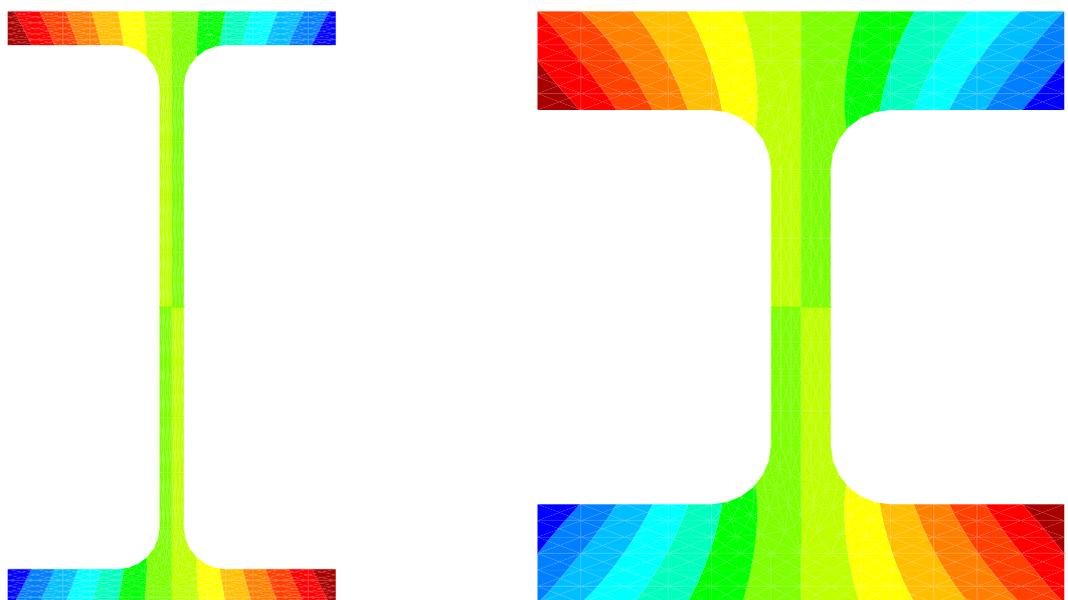


Bild 6: Hauptverwölbung der Profile IPE 100 sowie HEM 100 – Warping functions of the sections IPE 100 and HEM 100

Profil	$I_{T(Tafel)}$	$I_{T(FEM)}$	Fehler	$I_{\omega(Tafel)}$	$I_{\omega(FEM)}$	Fehler
-	cm^4	cm^4	[%]	$cm^6 \cdot 10^{-3}$	$cm^6 \cdot 10^{-3}$	[%]
80	0.70	0.673	-3.63	0.118	0.1151	-2.42
100	1.20	1.153	-3.92	0.351	0.3421	-2.53
120	1.74	1.688	-2.98	0.890	0.8720	-2.02
140	2.45	2.402	-1.94	1.980	1.951	-1.48
160	3.60	3.526	-2.04	3.960	3.889	-1.80
180	4.79	4.727	-1.31	7.430	7.322	-1.46
200	6.98	6.849	-1.87	12.99	12.756	-1.88
220	9.07	8.978	-1.01	22.67	22.311	-1.59
240	12.9	12.73	-1.29	37.39	36.680	-1.90
270	15.9	15.71	-1.18	70.58	69.469	-1.57
300	20.1	19.75	-1.73	125.9	124.26	-1.30
330	28.1	27.63	-1.67	199.1	196.09	-1.51
360	37.3	37.13	-0.45	313.6	309.36	-1.35
400	51.1	50.43	-1.32	490	482.9	-1.45
450	66.9	65.91	-1.48	791	781.0	-1.27
500	89.3	88.31	-1.11	1249	1235.4	-1.09
550	123	121.4	-1.30	1884	1861.5	-1.19
600	165	164.7	-0.18	2846	2814.7	-1.10

Tabelle 2: Torsionskennwerte für die IPE-Reihe nach DIN 1025 Teil 5 – Torsional quantities of the sections IPE according to DIN 1025 part 5

Profil	$I_{T(Tafel)}$	$I_{T(FEM)}$	Fehler	$I_{\omega(Tafel)}$	$I_{\omega(FEM)}$	Fehler
-	cm^4	cm^4	[%]	$cm^6 \cdot 10^{-3}$	$cm^6 \cdot 10^{-3}$	[%]
100	9.25	9.3064	0.61	3.380	3.2326	-4.36
120	13.8	13.944	1.04	9.410	9.1251	-3.03
140	20.1	20.181	0.40	22.48	21.966	-2.29
160	31.2	31.232	0.10	47.94	46.667	-2.65
180	42.2	42.234	0.08	93.75	91.728	-2.16
200	59.3	59.587	0.48	171.1	167.07	-2.36
220	76.6	77.063	0.60	295.4	289.51	-1.99
240	103	103.62	0.60	486.9	476.28	-2.18
260	124	125.81	1.46	753.7	736.28	-2.31
280	144	145.26	0.88	1130	1107.2	-2.02
300	185	187.61	1.41	1688	1651.0	-2.19
320	225	229.30	1.91	2069	2026.2	-2.07
340	257	262.22	2.03	2454	2405.6	-1.97
360	292	297.93	2.03	2883	2829.3	-1.86
400	356	360.50	1.26	3817	3751.2	-1.72
450	440	449.59	2.18	5258	5177.6	-1.53
500	538	550.01	2.23	7018	6920.7	-1.39
550	600	612.43	2.07	8856	8743.9	-1.27
600	667	679.53	1.88	10970	10838	-1.21
650	739	751.69	1.72	13360	13219	-1.06
700	831	842.16	1.34	16060	15900	-1.00
800	946	960.26	1.51	21840	21617	-1.02
900	1137	1154.2	1.51	29460	29196	-0.90
1000	1254	1280.0	2.08	37640	37339	-0.80

Tabelle 3: Torsionskennwerte für die HEB-Reihe nach DIN 1025 Teil 2 – Torsional quantities of the sections HEB according to DIN 1025 part 2

Profil	$I_{T(Tafel)}$	$I_{T(FEM)}$	Fehler	$I_{\omega(Tafel)}$	$I_{\omega(FEM)}$	Fehler
-	cm^4	cm^4	[%]	$cm^6 \cdot 10^{-3}$	$cm^6 \cdot 10^{-3}$	[%]
100	5.24	5.1998	-0.77	2.580	2.4753	-4.06
120	5.99	5.9592	-0.51	6.470	6.2845	-2.87
140	8.13	8.0345	-1.17	15.06	14.729	-2.20
160	12.2	11.826	-3.06	31.41	30.616	-2.53
180	14.8	14.662	-0.93	60.21	59.014	-1.99
200	21.0	20.434	-2.70	108.0	105.58	-2.24
220	28.5	28.147	-1.24	193.3	189.61	-1.91
240	41.6	41.063	-1.29	328.5	321.64	-2.09
260	52.4	51.933	-0.89	516.4	504.99	-2.21
280	62.1	61.608	-0.79	785.4	770.10	-1.95
300	85.2	84.344	-1.00	1200	1174.7	-2.11
320	108	109.16	1.07	1512	1482.5	-1.95
340	127	128.82	1.43	1824	1790.2	-1.85
360	149	151.37	1.59	2177	2137.7	-1.81
400	189	191.72	1.44	2942	2893.6	-1.65
450	244	248.65	1.90	4148	4087.3	-1.46
500	309	317.92	2.89	5643	5569.2	-1.31
550	352	360.59	2.44	7189	7103.1	-1.20
600	398	407.32	2.34	8978	8879.6	-1.10
650	448	459.10	2.48	11030	10915	-1.04
700	514	522.57	1.67	13350	13223	-0.95
800	597	609.77	2.14	18290	18113	-0.97
900	737	750.45	1.82	24960	24748	-0.85
1000	822	835.90	1.69	32070	31834	-0.74

Tabelle 4: Torsionskennwerte für die HEA-Reihe nach DIN 1025 Teil 3 – Torsional quantities of the sections HEA according to DIN 1025 part 3

Profil	$I_T(Tafel)$	$I_T(FEM)$	Fehler	$I_\omega(Tafel)$	$I_\omega(FEM)$	Fehler
-	cm^4	cm^4	[%]	$cm^6 \cdot 10^{-3}$	$cm^6 \cdot 10^{-3}$	[%]
100	68.2	67.271	-1.36	9.930	9.4303	-5.03
120	91.7	90.523	-1.28	24.79	23.887	-3.64
140	120	118.62	-1.15	54.33	52.826	-2.77
160	162	160.79	-0.74	108.1	104.70	-3.14
180	203	201.38	-0.80	199.3	194.30	-2.51
200	259	258.10	-0.35	346.3	336.86	-2.73
220	315	313.58	-0.45	572.2	559.55	-2.21
240	628	627.27	-0.12	1152	1123.5	-2.47
260	719	722.09	0.43	1728	1684.0	-2.55
280	807	809.29	0.28	2520	2463.0	-2.26
300	1410	1415.0	0.35	4386	4280.1	-2.41
320	1500	1510.3	0.69	5004	4890.0	-2.28
340	1510	1515.5	0.36	5584	5463.3	-2.16
360	1510	1517.4	0.49	6137	6009.3	-2.08
400	1510	1523.5	0.90	7410	7268.9	-1.90
450	1530	1538.2	0.54	9251	9092.4	-1.71
500	1540	1548.3	0.54	11190	11012	-1.59
550	1550	1564.2	0.92	13520	13323	-1.46
600	1560	1574.0	0.89	15910	15700	-1.32
650	1580	1588.0	0.51	18650	18427	-1.20
700	1590	1599.5	0.60	21400	21161	-1.12
800	1650	1661.6	0.70	27780	27473	-1.11
900	1670	1690.9	1.25	34750	34419	-0.95
1000	1700	1718.0	1.06	43020	42665	-0.83

Tabelle 5: Torsionskennwerte für die HEM–Reihe nach DIN 1025 Teil 4 – Torsional quantities of the sections HEM according to DIN 1025 part 4

Die Torsionswiderstände I_T für die einzelnen Profilvereihen zeigen unterschiedliche Ergebnisse. Für die Reihe IPE sind die nach Formel (13) ermittelten Werte größer, für die Reihe HEB kleiner als die hier berechneten Werte. Bei den Reihen HEA und HEM ergibt sich ein zweigeteiltes Bild. Die nach Formel (13) ermittelten Werte sind für die kleinen Profile größer bzw. für die großen Profile kleiner als die Werte nach der FE–Methode. Für die IPE–Reihe sind die b/t–Verhältnisse der Flansche und des Steges ausreichend groß, so daß Formel (13) gute Näherungswerte für diese Profilverreihe liefert. Diese Aussage gilt ebenso für die HEA– und HEB–Profile. Bei den HEM–Profilen ist der nicht konstante Verlauf der Wölbfunktion in Dickenrichtung in Bild 6 deutlich zu sehen. Die Ausrundungen haben bekanntermaßen einen nicht zu vernachlässigenden Einfluß auf den Torsionswiderstand. Er kann je nach Profil bis zu 30% des Gesamtwertes von I_T betragen. Insgesamt sind die Unterschiede der einzelnen Modelle als vergleichsweise gering zu bewerten.

Vergleicht man die hier ermittelten Werte des Wölbwiderstandes I_ω mit den Tafelwerten, so ergeben sich durchweg kleinere Ergebnisse. Die vertafelten Werte werden mit Formel (22) bestimmt. Sie ergibt sich für dünnwandige Querschnitte mit der Annahme konstanter Verwölbungen in Dickenrichtung der Stege und Flansche. Dies ist, wie Bild 6 zeigt, eine Näherung. Ausrundungen werden ebenfalls vernachlässigt. Die Abweichungen nehmen mit größer werdenden Profilen ab, da diese im Verhältnis zu den übrigen Abmessungen zunehmend dünnwandiger werden.

5.4 U-Profile nach DIN 1026

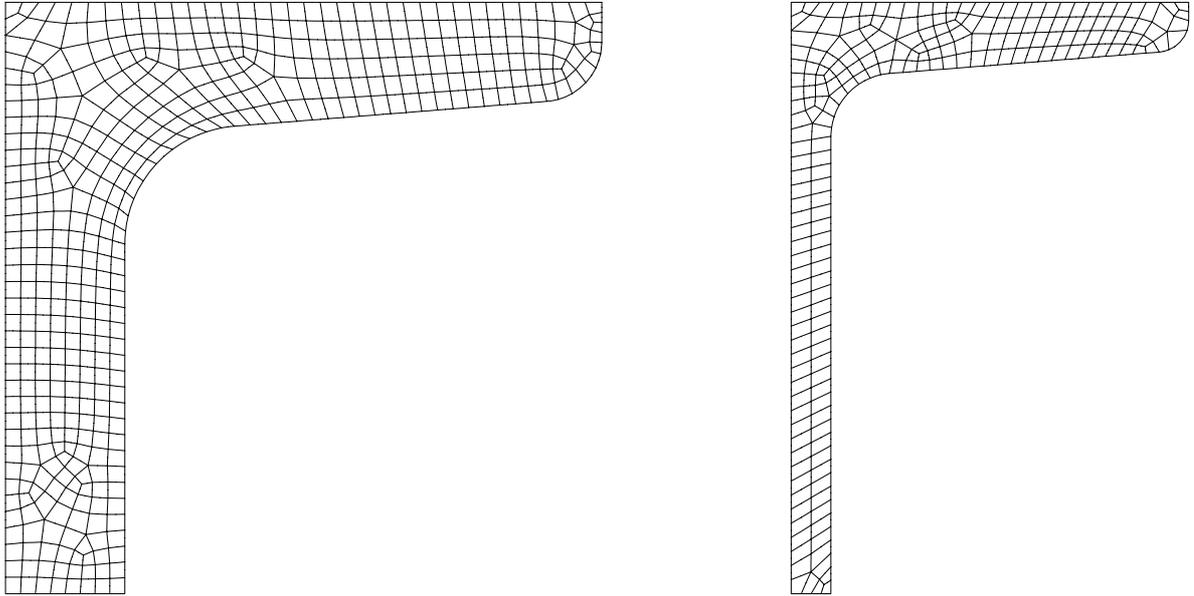


Bild 7: FE-Netze der Profile U 60 sowie U 300 – FE-meshes of the sections U 60 and U 300

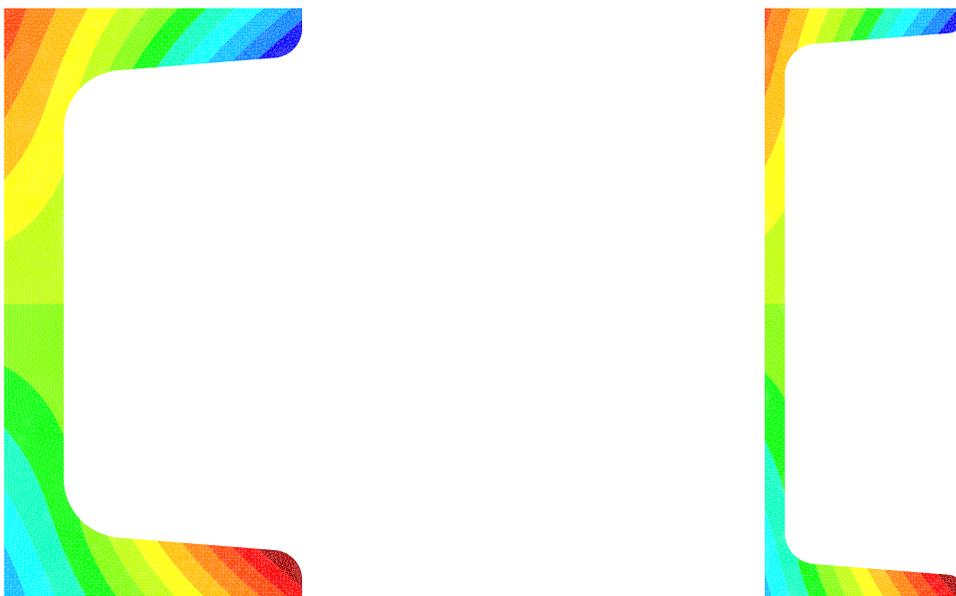


Bild 8: Hauptverwölbung der Profile U 60 sowie U 300 – Warping functions of the sections U 60 and U 300

Profil	$I_T(Tafel)$	$I_T(FEM)$	Fehler	$I_\omega(Tafel)$	$I_\omega(FEM)$	Fehler	$y_M(Tafel)$	$y_M(FEM)$	Fehler
-	cm^4	cm^4	[%]	$cm^6 10^{-3}$	$cm^6 10^{-3}$	[%]	cm	cm	[%]
30	0.91	0.889	-2.56	0.0044	0.00522	19.66	2.22	2.019	-9.06
40	1.00	0.980	-2.03	0.0119	0.01295	8.81	2.32	2.168	-6.55
50	1.12	1.097	-2.08	0.0278	0.02907	4.57	2.47	2.349	-4.90
60	0.94	0.873	-7.06	0.0219	0.02179	-0.51	1.50	1.439	-4.04
65	1.61	1.572	-2.38	0.0773	0.07843	1.46	2.60	2.506	-3.60
80	2.16	2.156	-0.20	0.168	0.1693	0.77	2.67	2.588	-3.08
100	2.81	2.824	0.50	0.414	0.4128	-0.29	2.93	2.860	-2.39
120	4.15	4.146	-0.09	0.900	0.8966	-0.38	3.03	2.964	-2.17
140	5.69	5.723	0.57	1.80	1.792	-0.45	3.37	3.305	-1.93
160	7.39	7.438	0.64	3.26	3.232	-0.87	3.56	3.494	-1.86
180	9.55	9.523	-0.28	5.57	5.526	-0.78	3.75	3.689	-1.62
200	11.9	12.02	1.04	9.07	8.972	-1.08	3.94	3.876	-1.63
220	16.0	16.16	0.99	14.6	14.43	-1.20	4.20	4.136	-1.53
240	19.7	19.83	0.68	22.1	21.86	-1.07	4.39	4.332	-1.33
260	25.5	25.76	1.01	33.3	32.94	-1.09	4.66	4.594	-1.41
280	31.0	31.45	1.46	48.5	47.98	-1.07	5.02	4.961	-1.18
300	37.4	38.07	1.78	69.1	68.29	-1.18	5.41	5.332	-1.44
320	66.7	68.02	1.99	96.1	94.24	-1.94	4.82	4.808	-0.24
350	61.2	62.07	1.42	114	111.6	-2.15	4.45	4.456	0.14
380	59.1	61.75	4.49	146	143.5	-1.72	4.58	4.519	-1.34
400	81.6	82.94	1.64	221	217.0	-1.82	5.11	5.125	0.29

Tabelle 6: Torsionskennwerte für die U-Profilreihe nach DIN 1026 – Torsional quantities of the U-sections according to DIN 1026

Bei den hier berechneten Werten für I_T zeigt sich ein zweigeteiltes Bild. Für die großen Profile sind die Werte der DIN bzw. in [5] kleiner als die FE-Werte. In [5] wird der Torsionswiderstand gemäß Formel (13) berechnet. Wie schon bei den I-Profilen werden die Abrundungen an den Flanschenden nicht berücksichtigt. Die veränderliche Dicke der Flansche wird näherungsweise durch die mittlere Dicke erfaßt. Die Werte für den Wölbwiderstand I_ω werden bis auf die ganz kleinen Profile mit der FEM kleiner ermittelt. Weiterhin ist mit y_M der Abstand des Schwerpunkts zum Schubmittelpunkt berechnet. Bild 8 veranschaulicht, daß der in [5] angenommene konstante Verlauf in Dickenrichtung eine Näherung darstellt. Bei den kleineren Profilen kann nicht mehr von Dünnwandigkeit gesprochen werden (vgl. auch die Bilder 7 und 8). Somit ist klar, daß bei den berechneten Torsionskennwerten die Unterschiede bei den kleineren Profilen am größten sind.

5.5 Gleichschenkliger Winkelstahl nach DIN 1028

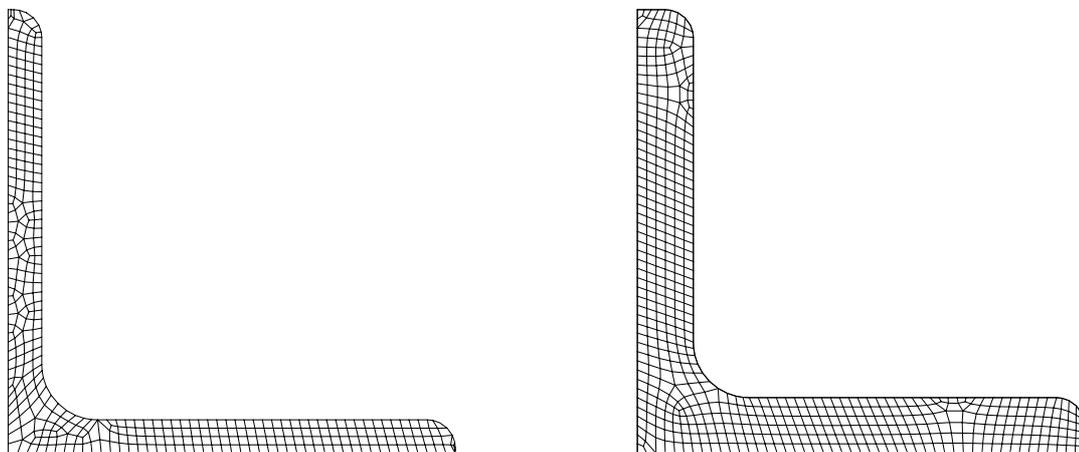


Bild 9: FE-Netze der Profile L 80 × 6 und L 80 × 10 – FE-meshes of the sections L 80 × 6 and L 80 × 10

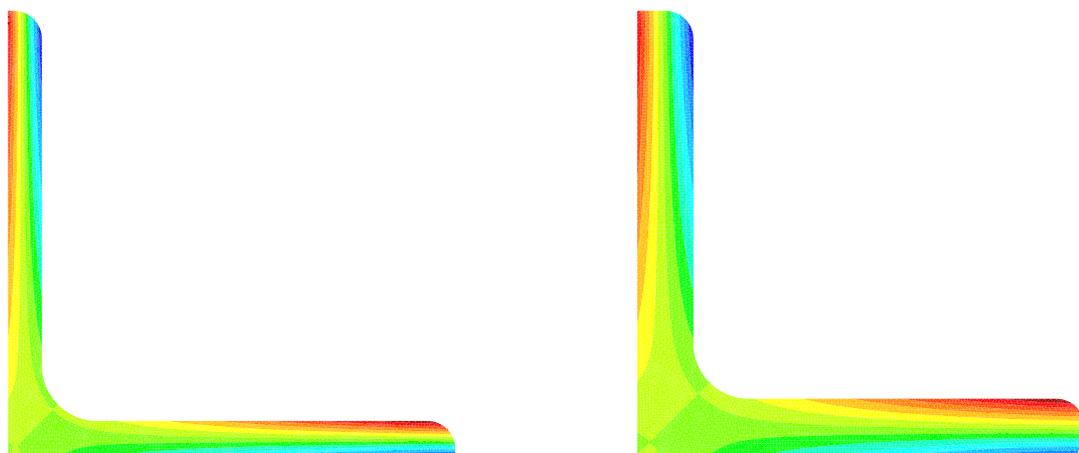


Bild 10: Hauptverwölbung der Profile L 80 × 6 und L 80 × 10 – Warping functions of the sections L 80 × 6 and L 80 × 10

Das y - z -Koordinatensystem wird bei der vorliegenden Profilreihe auf die Außenkanten des Querschnitts gelegt. Im Rahmen einer Theorie dünnwandiger Querschnitte liegt der Schubmittelpunkt im Schnittpunkt der Mittellinien der Schenkel. In Tabelle 7 sind die Koordinaten $y_M = z_M$ nach dieser Rechnung aufgenommen. Die Mittellinien weisen beim dünnwandigen Querschnitt keine Verwölbung auf. Daher ist I_ω bei Annahme von Linienquerschnitten Null.

Im Rahmen der FE-Untersuchung ergeben sich jedoch bei Berücksichtigung der vorhandenen Schenkeldicken und der Ausrundungen Querschnittsverwölbungen. Der Verlauf der Hauptverwölbung ist für zwei Profile in Bild 10 dargestellt. Auch hier sind die Mittellinien der beiden Schenkel praktisch wölbefrei. Die mit der FE-Methode berechnete Wölbsteifigkeit ist somit im Vergleich zu anderen Profilreihen (z.B. IPE oder U) sehr gering. Die Werte sind daher in Tabelle 7 nicht aufgeführt. Die Koordinaten des Schubmittelpunkts weichen bei der durchgeführten genauen Rechnung aus den genannten Gründen beträchtlich von den Koordinaten der Systemmittellinien ab. Auch die berechneten Werte für I_T unterscheiden sich zum Teil nennenswert von den Näherungswerten nach Formel (19).

Profil	$y_M(Tafel)$	$y_M(FEM)$	$I_T(Tafel)$	$I_T(FEM)$	Fehler
-	<i>cm</i>	<i>cm</i>	<i>cm</i> ⁴	<i>cm</i> ⁴	[%]
20x 3	0.15	0.190	0.03327	0.03685	10.75
25x 3	0.15	0.182	0.04226	0.04584	8.48
25x 4	0.20	0.244	0.09804	0.10354	5.61
30x 3	0.15	0.190	0.05125	0.05964	16.37
30x 4	0.20	0.250	0.11935	0.13318	11.59
35x 4	0.20	0.243	0.14066	0.15452	9.85
35x 5	0.25	0.304	0.27056	0.29041	7.34
40x 4	0.20	0.246	0.16197	0.18290	12.92
40x 5	0.25	0.306	0.31219	0.34295	9.85
45x 4	0.20	0.250	0.18328	0.21286	16.14
45x 5	0.25	0.309	0.35381	0.39756	12.37
50x 5	0.25	0.304	0.39544	0.43931	11.09
50x 6	0.30	0.363	0.67612	0.73588	8.84
50x 7	0.35	0.424	1.0622	1.1385	7.18
60x 5	0.25	0.302	0.47869	0.53754	12.29
60x 6	0.30	0.360	0.81998	0.90138	9.93
60x 8	0.40	0.480	1.9096	2.0397	6.82
65x 7	0.35	0.423	1.4049	1.5435	9.87
70x 7	0.35	0.417	1.5191	1.6580	9.14
70x 9	0.45	0.537	3.1801	3.3890	6.57
75x 7	0.35	0.421	1.6333	1.8096	10.79
75x 8	0.40	0.480	2.4210	2.6431	9.17
80x 6	0.30	0.359	1.1077	1.2421	12.14
80x 8	0.40	0.475	2.5915	2.8134	8.56
80x10	0.50	0.594	4.9950	5.3133	6.37
90x 7	0.35	0.416	1.9760	2.1946	11.06
90x 9	0.45	0.532	4.1511	4.4890	8.14
100x 8	0.40	0.473	3.2735	3.6095	10.26
100x10	0.50	0.589	6.3270	6.8206	7.80
100x12	0.60	0.708	10.818	11.478	6.10
110x10	0.50	0.581	6.9930	7.4871	7.07
120x10	0.50	0.581	7.6590	8.2522	7.74
120x12	0.60	0.696	13.120	13.923	6.12
130x12	0.60	0.696	14.271	15.230	6.72
140x13	0.65	0.753	19.534	20.823	6.60
150x12	0.60	0.696	16.572	17.880	7.89
150x15	0.75	0.869	32.030	33.921	5.90
160x15	0.75	0.868	34.278	36.462	6.37
180x16	0.80	0.919	46.920	49.698	5.92
180x18	0.90	1.033	66.418	69.744	5.01
200x16	0.80	0.906	52.376	55.161	5.32
200x20	1.00	1.135	101.23	105.15	3.87
200x24	1.20	1.368	173.09	177.84	2.75

Tabelle 7: Torsionskennwerte für gleichschenkligen Winkelstahl nach DIN 1028 – Torsional quantities of the equal-leg L-section according to DIN 1028

5.6 Ungleichschenkliger Winkelstahl nach DIN 1029

Für die berechneten Ergebnisse gilt im Prinzip das gleiche wie für die gleichschenkligen Winkelprofile. Der Torsionswiderstand I_T nach Formel (20) ergibt Werte, die im Vergleich zur FE-Berechnung bis zu 10% geringer sind. Die Koordinaten des Schubmittelpunkts liegen bedingt durch Abrundungen und der vorhandenen Dickenverhältnisse nicht im Schnittpunkt der Schenkelmittellinien. Der Wölbwiderstand I_ω ist von Null verschieden, aber sehr klein gegenüber anderen Profilreihen.

Profil	$y_M(Tafel)$	$y_M(FEM)$	$z_M(Tafel)$	$z_M(FEM)$	$I_T(Tafel)$	$I_T(FEM)$	Fehler
-	cm	cm	cm	cm	cm ⁴	cm ⁴	[%]
30x 20x 3	0.15	0.215	0.15	0.164	0.0423	0.0458	8.48
30x 20x 4	0.20	0.296	0.20	0.215	0.0980	0.1036	5.62
40x 20x 3	0.15	0.240	0.15	0.153	0.0513	0.0549	7.03
40x 20x 4	0.20	0.340	0.20	0.200	0.1194	0.1249	4.63
45x 30x 4	0.20	0.273	0.20	0.214	0.1513	0.1625	7.36
45x 30x 5	0.25	0.350	0.25	0.265	0.2914	0.3069	5.33
50x 30x 4	0.20	0.283	0.20	0.209	0.1620	0.1731	6.88
50x 30x 5	0.25	0.364	0.25	0.258	0.3122	0.3276	4.93
50x 40x 5	0.25	0.305	0.25	0.269	0.3538	0.3648	3.10
60x 30x 5	0.25	0.418	0.25	0.256	0.3538	0.3847	8.72
60x 40x 5	0.25	0.340	0.25	0.269	0.3954	0.4263	7.80
60x 40x 6	0.30	0.415	0.30	0.320	0.6761	0.7173	6.09
65x 50x 5	0.25	0.311	0.25	0.273	0.4579	0.4887	6.74
70x 50x 6	0.30	0.384	0.30	0.320	0.8200	0.8618	5.10
75x 50x 7	0.35	0.471	0.35	0.369	1.3478	1.4100	4.61
75x 55x 5	0.25	0.317	0.25	0.273	0.5203	0.5643	8.46
75x 55x 7	0.35	0.451	0.35	0.378	1.4049	1.4816	5.46
80x 40x 6	0.30	0.478	0.30	0.306	0.8200	0.8800	7.32
80x 40x 8	0.40	0.678	0.40	0.398	1.9096	2.0015	4.82
80x 60x 7	0.35	0.449	0.35	0.383	1.5191	1.6248	6.96
80x 65x 8	0.40	0.498	0.40	0.442	2.3358	2.4663	5.59
90x 60x 6	0.30	0.384	0.30	0.317	1.0358	1.0958	5.80
90x 60x 8	0.40	0.526	0.40	0.418	2.4210	2.5136	3.82
100x 50x 6	0.30	0.467	0.30	0.312	1.0358	1.1421	10.27
100x 50x 8	0.40	0.649	0.40	0.407	2.4210	2.5959	7.22
100x 50x10	0.50	0.851	0.50	0.499	4.6620	4.9043	5.20
100x 65x 7	0.35	0.478	0.35	0.379	1.8047	1.9801	9.72
100x 65x 9	0.45	0.626	0.45	0.480	3.7870	4.0571	7.13
100x 75x 9	0.45	0.578	0.45	0.491	4.0298	4.3153	7.09
120x 80x 8	0.40	0.528	0.40	0.431	3.2735	3.5476	8.37
120x 80x10	0.50	0.670	0.50	0.533	6.3270	6.7286	6.35
120x 80x12	0.60	0.819	0.60	0.633	10.818	11.345	4.87
130x 65x 8	0.40	0.615	0.40	0.413	3.1883	3.4631	8.62
130x 65x10	0.50	0.797	0.50	0.506	6.1605	6.5617	6.51
150x 75x 9	0.45	0.662	0.45	0.457	5.2435	5.5442	5.73
150x 75x11	0.55	0.838	0.55	0.551	9.4850	9.8968	4.34
150x100x10	0.50	0.653	0.50	0.535	7.9920	8.5864	7.44
150x100x12	0.60	0.793	0.60	0.636	13.695	14.500	5.88
180x 90x10	0.50	0.744	0.50	0.515	8.6580	9.3564	8.07
200x100x10	0.50	0.730	0.50	0.517	9.6570	10.479	8.51
200x100x12	0.60	0.894	0.60	0.613	16.572	17.703	6.82
200x100x14	0.70	1.069	0.70	0.707	26.133	27.585	5.55

Tabelle 8: Torsionskennwerte für ungleichschenkligen Winkelstahl nach DIN 1029

Torsional properties of the unequal leg L-sections according to DIN 1029

5.7 Rechteckige Stahl-Hohlprofile nach DIN 59410

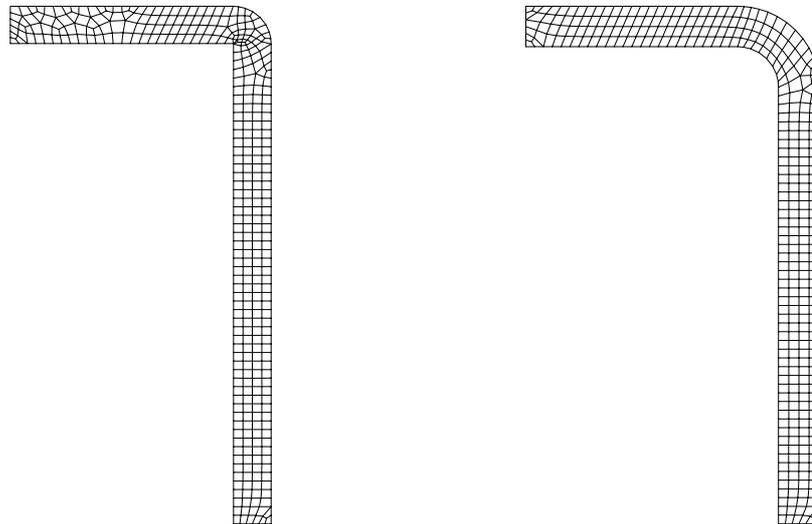


Bild 11: FE-Netze der Profile $100 \times 50 \times 3.6$ und $320 \times 180 \times 12.5$ – FE-meshes of sections $100 \times 50 \times 3.6$ and $320 \times 180 \times 12.5$

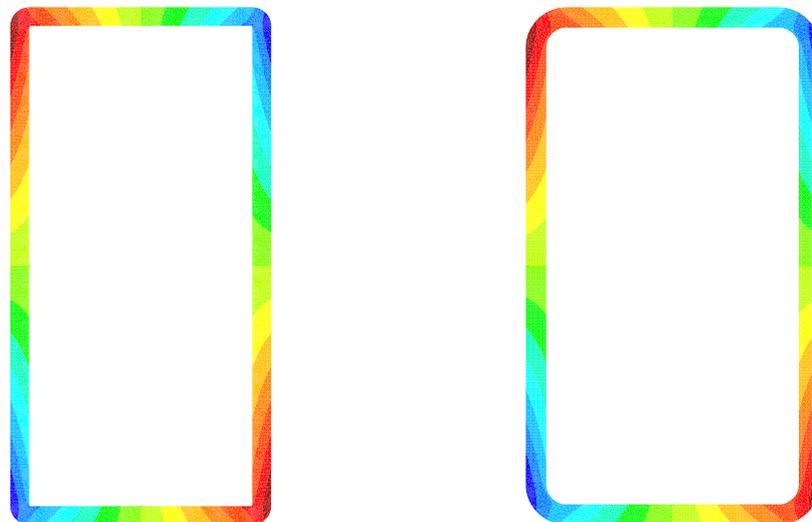


Bild 12: Hauptverwölbung der Profile $100 \times 50 \times 3.6$ und $320 \times 180 \times 12.5$ – Warping functions of sections $100 \times 50 \times 3.6$ and $320 \times 180 \times 12.5$

Die 2. Bredtsche Formel (21) liefert Werte für den Torsionswiderstand, die gut mit den FE-Werten übereinstimmen. Die Schubspannungsverteilung über die Wanddicke weicht mit zunehmender Wanddicke vom konstanten Verlauf ab. Somit ergeben sich bei kleineren Profilen Unterschiede bis zu 3%. Bei den dünneren Profilen trifft die Annahme eines konstanten Schubspannungsverlaufes über die Wanddicke eher zu als bei einem dickeren Profil mit gleichen Seitenabmessungen. Dies wird mit den angegebenen Fehlern deutlich. Für den Wölbwiderstand I_ω werden in den Tafeln keine Werte angegeben. Daher sind nur die Werte der FE-Berechnung aufgeführt. Die untersuchten Profile sind nicht wölbfrei.

Profil	$I_{T(Tafel)}$	$I_{T(FEM)}$	Fehler	$I_{\omega(FEM)}$
-	cm^4	cm^4	[%]	$cm^6 \cdot 10^{-3}$
50x 30x 2.9	12.9	13.19	2.23	0.0012
50x 30x 4.0	16.2	16.72	3.23	0.0016
60x 40x 2.9	28.0	28.39	1.37	0.0025
60x 40x 4.0	35.9	36.74	2.33	0.0034
70x 40x 2.9	34.9	35.35	1.29	0.0070
70x 40x 4.0	44.9	45.86	2.14	0.0093
80x 40x 2.9	42.0	42.50	1.19	0.0148
80x 40x 4.0	54.2	55.23	1.89	0.0195
80x 40x 5.0	63.6	65.33	2.72	0.0236
90x 50x 3.2	79.8	80.72	1.16	0.0280
90x 50x 4.0	95.9	97.43	1.59	0.0343
90x 50x 5.0	114	116.5	2.19	0.0417
100x 50x 3.6	102	103.2	1.13	0.0559
100x 50x 4.5	122	124.0	1.65	0.0681
100x 50x 5.6	144	147.1	2.14	0.0820
100x 60x 3.6	141	142.2	0.83	0.0494
100x 60x 4.5	169	171.9	1.71	0.0606
100x 60x 5.6	201	205.3	2.12	0.0737
120x 60x 4.0	199	200.8	0.89	0.1539
120x 60x 5.0	239	242.1	1.29	0.1867
120x 60x 6.3	286	290.8	1.66	0.2260
140x 80x 4.0	408	410.7	0.65	0.3143
140x 80x 5.0	496	499.6	0.72	0.3849
140x 80x 6.3	601	607.2	1.04	0.4717
160x 90x 4.5	672	675.3	0.49	0.6959
160x 90x 5.6	814	818.4	0.54	0.8440
160x 90x 7.1	991	999.3	0.83	1.031
180x100x 5.6	1150	1157.7	0.67	1.558
180x100x 7.1	1410	1420.0	0.71	1.911
180x100x 8.8	1680	1692.4	0.74	2.271
200x120x 6.3	2030	2037.5	0.37	2.7519
200x120x 8.0	2490	2506.9	0.68	3.3916
200x120x10.0	2990	3014.3	0.81	4.0746
220x120x 6.3	2320	2325.5	0.24	4.8863
220x120x 8.0	2850	2863.5	0.47	6.0177
220x120x10.0	3420	3446.8	0.78	7.2285

Profil	$I_{T(Tafel)}$	$I_{T(FEM)}$	Fehler	$I_{\omega(FEM)}$
-	cm^4	cm^4	[%]	$cm^6 \cdot 10^{-3}$
260x140x 6.3	3800	3818.7	0.49	11.540
260x140x 8.0	4700	4725.9	0.55	14.296
260x140x10.0	5690	5725.1	0.62	17.310
260x180x 6.3	5820	5833.3	0.23	7.9139
260x180x 8.0	7220	7254.7	0.48	9.9023
260x180x10.0	8790	8842.3	0.60	12.149
280x180x 7.1	7210	7234.8	0.34	15.279
280x180x 8.8	8740	8784.3	0.51	18.617
280x180x11.0	10620	10683	0.59	22.721
280x220x 8.0	11180	11222	0.38	8.7975
280x220x10.0	13670	13735	0.47	10.945
280x220x12.5	16600	16707	0.65	13.578
320x180x 8.8	10550	10589	0.37	43.642
320x180x10.0	11800	11862	0.53	48.923
320x180x12.5	14280	14380	0.70	59.316
320x220x 8.8	14810	14862	0.35	31.582
320x220x10.0	16610	16686	0.46	35.569
320x220x12.5	20120	20325	1.02	43.605
360x220x10.0	19640	19722	0.42	81.540
360x220x12.5	23920	24047	0.53	99.670
360x220x16.0	29460	29686	0.77	123.22
400x260x11.0	32930	33051	0.37	137.08
400x260x14.2	41300	41518	0.53	172.99
400x260x17.5	49350	49698	0.70	207.76

Tabelle 9: Torsionskennwerte für Rechteckhohlprofile nach DIN 59410 – Torsional quantities of rectangular hollow sections according to DIN 59410

5.8 Kranschienen (Form A) nach DIN 536

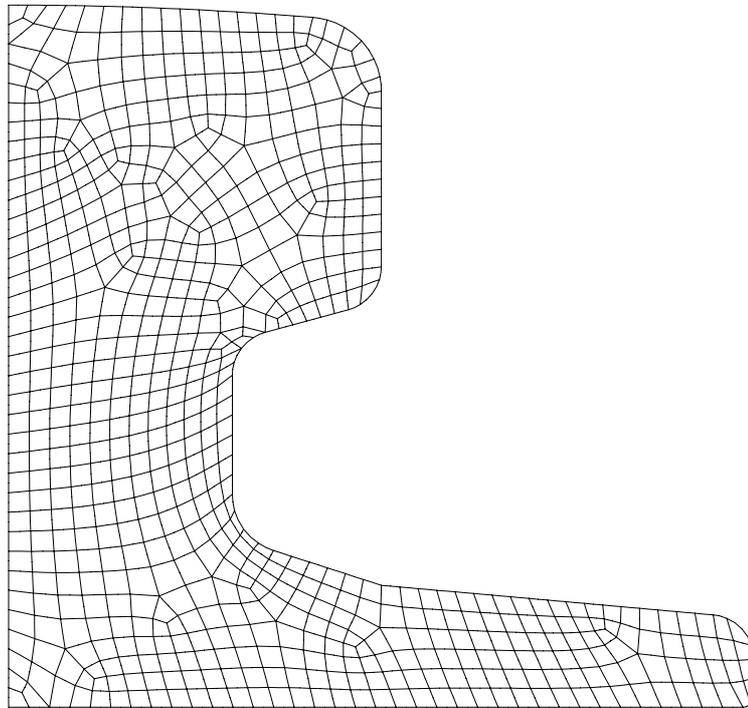


Bild 13: FE-Netz einer Kranschiene A 100 – FE-mesh of a crane rail A 100

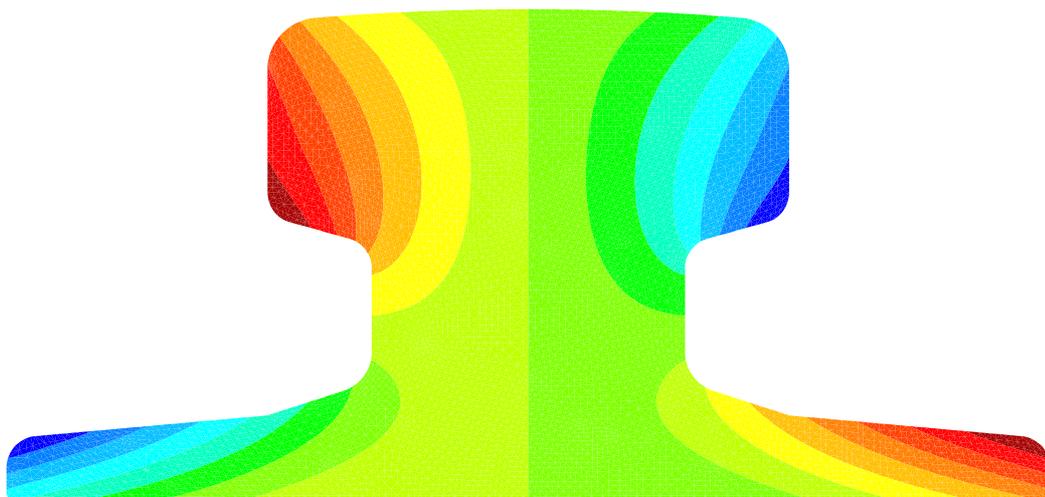


Bild 14: Hauptverwölbung einer Kranschiene A 100 – Warping function of a crane rail A 100

Es ergeben sich für alle Werte geringfügige Abweichungen gegenüber den vertafelten Werten. Ergebnisse für I_{ω} sind in der DIN nicht enthalten. In DIN 536 werden keine Angaben über etwaige Näherungen bei der Berechnung der Torsionskennwerte gemacht. Es wird jedoch davon ausgegangen, daß die vertafelten Werte mit Hilfe eines numerischen Verfahrens ermittelt wurden.

Profil	$I_{T(Tafel)}$	$I_{T(FEM)}$	Fehler	$I_{\omega(FEM)}$	$y_M(Tafel)$	$y_M(FEM)$	Fehler
-	cm^4	cm^4	[%]	cm^6	cm	cm	[%]
A 45	39.0	39.10	0.26	0.138	4.24	4.228	-0.28
A 55	88.0	88.06	0.07	0.381	4.91	4.908	-0.04
A 65	173	173.0	-0.02	0.918	5.61	5.602	-0.15
A 75	311	309.5	-0.50	1.95	6.29	6.292	0.03
A100	666	670.7	0.70	3.99	6.27	6.248	-0.36
A120	1302	1308.4	0.49	6.55	6.53	6.500	-0.46
A150	2928	3000.5	2.48	35.9	8.48	8.468	-0.15

Tabelle 10: Torsionskennwerte für Kranschiene (Form A) nach DIN 536 – Torsional quantities of crane rails (type A) according to DIN 536

6 Schlußfolgerungen

Es werden die Torsionskennwerte der gängigen Walzprofile durch Auswertung von Finite-Element-Lösungen für die Querschnittsverwölbungen nach der St.Venantschen Torsionstheorie bestimmt. Die vorhandenen Querschnittsgeometrien werden vollständig berücksichtigt. Bei Ausrundungen liegen die Koordinaten der generierten Knotenpunkte auf den Kreisbögen. Dazwischen wird die Kreisfunktion stückweise durch Polynome approximiert. Die errechneten Zahlen für die Querschnittswerte können somit im Rahmen der vorgegebenen Genauigkeit und entsprechender Netzdichten als exakt betrachtet werden.

Die gewonnenen Ergebnisse werden den DIN-Tafelwerten gegenübergestellt. Größere Unterschiede ergeben sich bei Profilen mit Ausrundungen sowie bei gedrungenen Querschnitten. Im Rahmen einer Theorie dünnwandiger Querschnitte wird in der Regel ein konstanter Verlauf der Wölbfunktion in Dickenrichtung der Einzelbleche angenommen. Dies ist, wie die FE-Berechnungen zeigen, eine Näherung.

Bei den I-Profilen ergeben sich bis 7% Unterschied für den St.Venantschen Torsionswiderstand, ebenso bei den U-Profilen. Bei den L-Profilen treten die größten Abweichungen auf: bis zu 17% bei den gleichschenkligen und bis zu 11% bei den ungleichschenkligen Querschnitten. Auch bei den Wölbwiderständen erhält man genauere Werte, die sich zum Teil nennenswert von den Ergebnissen der Näherungsformeln unterscheiden. Dies gilt auch für die Koordinaten des Schubmittelpunktes bei den U- und L-Profilen. Daher sollten die hier berechneten Werte verwendet bzw. bei einer Überarbeitung der DIN-Normen berücksichtigt werden.

Literatur

- [1] *Timoshenko, S.P.; Goodier, J.N.*: Theory of Elasticity. 3. Auflage, McGraw-Hill International Book Company, 1984 [1](#)
- [2] *Petersen, C.*: Stahlbau. Braunschweig/Wiesbaden Vieweg & Sohn 1988 [1](#), [4.1](#)
- [3] *Bornscheuer, F.W.*: Systematische Darstellung des Biege- und Verdrehvorgangs unter besonderer Berücksichtigung der Wölbkrafttorsion. Der Stahlbau 21(1) (1952) 1–9 ([document](#))
- [4] *Bornscheuer, F.W.*: Beispiel und Formelsammlung zur Spannungsberechnung dünnwandiger Stäbe mit wölbbehindertem Querschnitt. Der Stahlbau 21(12) (1952) 225–232 und

- Der Stahlbau 22(2) (1953) 32–44 – Druckfehlerberichtigung Stahlbau 30(3) (1961) 96
(document)
- [5] *Bornscheuer, F.W.*: Tafeln der Torsionskenngrößen für die Walzprofile der DIN 1025–1027. Der Stahlbau 30(3) (1961) 81–82 (document), 1, 4, 4.2, 5.2, 5.4
- [6] *Herrmann, L.R.*: Elastic torsional analysis of irregular shapes. J. of the Eng. Mech. Div. ASCE 91 (1965) 11–19 1
- [7] *Krahula, J.L.; Lauterbach, G.L.*: A finite element solution for Saint–Venant Torsion. AIAA Journal 7(12) (1969) 2200–2203 1
- [8] *Haberl, G.; Och, F.*: Eine Finite–Element–Lösung für die Torsionssteifigkeit und den Schubmittelpunkt beliebiger Querschnitte. Z. f. Flugwiss. 22(4) (1974) 115–119 1
- [9] *Zeller, C.*: Eine Finite–Element–Methode zur Berechnung der Verwölbungen und Profilverformungen von Stäben mit beliebiger Querschnittsform. Techn.–wiss. Mitt. 79–7, Inst. f. konstr. Ingenieurbau, Ruhr–Universität Bochum 1979 1
- [10] *Gruttmann, F.; Wagner, W.; Sauer, R.*: Zur Berechnung von Wölbfunktion und Torsionskennwerten beliebiger Stabquerschnitte mit der Methode der finiten Elemente, Bauingenieur 73(3) (1998) 138–143 1, 2
- [11] *Gruttmann, F., Wagner, W., Sauer, R.*: Zur Berechnung der Schubspannungen aus Querkraften in Querschnitten prismatischer Stäbe mit der Methode der finiten Elemente, Bauingenieur, 73(11), (1998) xxx–yyy 2
- [12] *Treffitz, E.*: Schubmittelpunkt in einem durch eine Einzellast gebogenen Balken. ZAMM 15 (1935) 220–225 2
- [13] *Verein Deutscher Eisenhüttenwerke, Düsseldorf* : Stahl im Hochbau, Handbuch für die Anwendung von Stahl im Hoch- und Tiefbau. 14. Auflage, Band I/ Teil 2, Verlag Stahleisen MBH, Düsseldorf 4.1, 4.2
- [14] *Schneider, K.–J.*: Bautabellen für Ingenieure, aktuelle Auflage, Werner Verlag 4.2, 5.1
- [15] *Zienkiewicz, O.C.; Taylor, R.L.*: The Finite Element Method. Band 2, 4. Auflage, London McGraw–Hill, 1989 5.1
- [16] *Sandmann, V.*: Untersuchungen über die Torsionskennwerte von gewalzten Stahlprofilen im Vergleich zu vorliegenden Tabellenwerten, Diplomarbeit, Institut für Baustatik, Universität Karlsruhe (TH), 1998 5.1

Autoren dieses Beitrages:

Prof. Dr.–Ing. habil. Werner Wagner, Institut für Baustatik, Universität Karlsruhe (TH), Kaiserstr. 12, D–76131 Karlsruhe, Dr.–Ing. Roland Sauer, Institut für Baustatik, Universität Karlsruhe (TH), Kaiserstr. 12, D–76131 Karlsruhe, Prof. Dr.–Ing. habil. Friedrich Gruttmann, Institut für Statik, Technische Universität Darmstadt, Alexanderstr. 7, D–64283 Darmstadt.