Universität Karlsruhe (TH)
Institut für Baustatik



Forschungskolloquium Baustatik–Baupraxis Bad Herrenalb

W. Wagner

Mitteilung 1(2000)



Universität Karlsruhe (TH)
Institut für Baustatik

Forschungskolloquium
Baustatik–Baupraxis
Bad Herrenalb

W. Wagner

Mitteilung 1(2000)

Prof. Dr.–Ing. W. Wagner
Institut für Baustatik
Universität Karlsruhe
Postfach 6980
76128 Karlsruhe

Telefon: (0721) 608–2280
Telefax: (0721) 608–6015
E–mail: bs@.uni-karlsruhe.de
Internet: http://www.bs.uni-karlsruhe.de

©

Vorwort

Die Forschungsvereinigung Baustatik-Baupraxis und ihre Mitglieder – die Lehrstühle und Institute für Statik an deutschsprachigen Universitäten, Technischen Universitäten und Technischen Hochschulen – veranstalten im 3-Jahres-Rhythmus die Tagungen Baustatik-Baupraxis. Hierbei geht es insbesondere um den Kontakt zur Baupraxis, um einerseits neuere Erkenntnisse aus der Forschung den Kollegen aus der Praxis vorzustellen und andererseits Anregungen aus der Praxis für die Arbeit an den Hochschulen zu gewinnen. Einen Rückblick auf die bisher durchgeführten Tagungen findet sich in: R. Schardt: „15 Jahre Fachtagungen Baustatik-Baupraxis, ein Rückblick", in Baustatik-Baupraxis, BB6, Weimar, 1996, welcher noch um die letzte Tagung 1999 in Aachen zu ergänzen ist.

Gleichzeitig wurde eine weitere Tagungsreihe – das Forschungskolloquium der Statikinstitute – ins Leben gerufen. Ziel dieser weiteren Veranstaltungsreihe ist insbesondere, dass die jungen Mitarbeiter der einzelnen Institute die Forschungsarbeiten der Kollegen kennen lernen, persönliche Kontakte schließen und ihre Forschungsergebnisse – vielleicht zum ersten Mal – einem größeren Kreis präsentieren. Zu diesem Zweck ist diese Veranstaltung bewusst formlos gehalten, um in einer möglichst zwanglosen Atmosphäre ausreichend Zeit für Kontakte und gegenseitige Diskussionen zu lassen, die hoffentlich die weiteren Forschungsaktivitäten befruchten.

In diesem Jahr findet diese Veranstaltung vom 25.-27. September in der Evangelischen Akademie Baden in Bad Herrenalb im Schwarzwald statt. Nachfolgend sind die von den Mitarbeitern der einzelnen Institute eingereichten Kurzfassungen der Beiträge abgedruckt. Hierbei sind neben den Vorträgen auch die Zweitvorschläge enthalten, um einen größeren Überblick über die Forschungsaktivitäten an den Statikinstituten zu geben.

Die Vorbereitung und Organisation dieses Kolloquiums wurden von den Mitarbeitern des Instituts für Baustatik der Universität Karlsruhe (TH) mit großem Engagement durchgeführt. Ihnen – insbesondere Herrn Dipl.-Ing. R. Ziegler – sei hierfür herzlich gedankt.

Karlsruhe, im September 2000 Werner Wagner

Montag 25.09.2000

bis 12:00		Anreise und Einchecken		
13:00		Mittagessen		
14:00	14:20	Begrüßung **W.B. Krätzig, W. Wagner**		
		Techniken der Tragwerksanalyse (**W. Wall**, Stuttgart)		
14:20	14:40	*C. Könke, R. Chudoba*	RWTH Aachen	Ein objektorieniertes FE-Programm
14:40	15:00	*S. Klinkel*	Universität Karlsruhe (TH)	Theorie und Numerik eines Volumen-Schalenelements bei finiten plastischen Verzerrungen
15:00	15:20	*R. Schlebusch, J. Matheas*	TU Dresden	Oberflächenorientierte Schalentheorien zur Untersuchung von Kontaktproblemen
15:20	15:40	*F. Koschnik*	TU München	Zur Formulierung schubweicher Balken- und Plattenelemente mit der Discrete Shear Gap Methode
15:40	16:00	*T. Grätsch*	Universität - GH Kassel	Das Gleichgewicht bei den finiten Elementen
16:00	16:20	Kaffeepause		
		Nichtlineare Problemstellungen 1 (**Frau U. Kowalsky**, Braunschweig)		
16:20	16:40	*G. Pilz*	TU Graz	Ein Beitrag zur Fließgelenktheorie
16:40	17:00	*J. Zhu*	TU Cottbus	Ein neues Bemessungskonzept zur Berücksichtigung der Interaktion von Beulen und Knicken
17:00	17:20	*S. Barlag*	Universität Hannover	Ein Nomogramm zur Berechnung der idealen Beullast ringversteifter Kreiszylinderschalen unter Außendruck
17:20	17:40	*H. Schroth*	Universität Leipzig	Hochbeanspruchte Schalenregionen dünnwandiger einzelgestützter Stahlsilos mit Auslauftrichter
17:40	18:00	*W. Pilgram*	TU Wien	Ein analytisches Konzept zur Lösung von gekoppelten Differentialgleichungen beliebiger Ordnung mit Polynomkoeffizienten – Anwendung auf den geraden Stab mit veränderlichem Querschnitt nach Theorie I. und II. Ordnung unter Berücksichtigung von M- und O-Verformungen
18:15	19:30	Mitglieder-versammlung 2000	Forschungsvereinigung Baustatik-Baupraxis	
20:00		Abendessen		

Dienstag 26.09.2000

ab 7:45		Frühstück		
		Nichtlineare Problemstellungen 2 (**D. Kuhl**, Bochum)		
9:00	9:20	*M. Beer*	TU Dresden	Fuzzy-Probabilistik und ihre Anwendung zur Sicherheitsbeurteilung von Tragwerken
9:20	9:40	*R. Ziegler*	Universität Karlsruhe (TH)	Ein Finite-Elemente-Konzept zur Berechnung von vorgespannten Membrantragwerken
9:40	10:00	*E. Stanoev*	Universität Rostock	Trägheitskräfte im Differentialgleichungssystem des räumlich wirkenden Stabes im Rahmen einer nichtlinearen Stabtheorie
10:00	10:20	*B. Eidel*	TU Darmstadt	Finite-Element-Algorithmen zur Berechnung großer inelastischer Deformationen
10:20	10:40	*I. Wallmichrath*	Technische Universität Hamburg-Harburg	Berechnung schlanker Brückenpfeiler für große Systemverschiebungen und nichtlineares Verhalten
10:40	11:00	Kaffeepause		
		Zeitvariante Probleme (**M. Rapolder**, München)		
11:00	11:20	*S. Greulich*	Universität der Bundeswehr München	Ansätze zur realitätsnahen Modellierung von Werkstoffen unter hochdynamischer Belastung
11:20	11:40	*H. Sadegh-Azar*	RWTH Aachen	Funktionsorientierte seismische Bemessung
11:40	12:00	*W. A. Wall*	Universität Stuttgart	Fluid-Struktur-Interaktion mit stabilisierten Finiten Elementen
12:00	12:20	*B. Hübner, E. Walhorn*	TU Braunschweig	Analyse von Fluid-Struktur-Wechselwirkungen mit stabilisierten Raum-Zeit-Elementen
12:20	12:40	*A. Dorfmann*	Universität für Bodenkultur Wien	Non-Linear Seismic Uplift Analysis of a Water Storage Tank Adjacent to the San Andreas Fault
13:00		Mittagspause		
14:30	19:30	Wanderung		
20:00		Abendessen		

Mittwoch 27.09.2000

ab 7:45		Frühstück		
		Schädigung, Dauerhaftigkeit, Sicherheit von Tragwerken 1 (**M. Brünig**, Dortmund)		
9:00	9:20	*Y. Petryna*	Ruhr-Universität Bochum	Über Stabilität schädigungsanfälliger Bauwerke
9:20	9:40	*H. Rahm*	Universität Kaiserslautern	Schädigungsmodellierung von Stahlbeton: Auswirkungen auf Schalentragwerke
9:40	10:00	*M. Andres, R. Wörmann*	Bergische Universität GH Wuppertal	Tragsicherheit und Dauerhaftigkeit von Kühlturmschalen mit säureresistentem Hochleistungsbeton
10:00	10:20	*M. Ebert*	Bauhaus-Universität Weimar	Modellierung der Veränderung der dynamischen und statischen Parameter geschädigter Stahlbetonbalken mit der Stochastischen Finite Element Methode
10:20	10:40	*B. Winkler*	Universität Innsbruck	Experimentelle und Numerische Untersuchungen der Rissbildung in unbewehrtem und bewehrtem Beton
10:40	11:00	Kaffeepause		
		Schädigung, Dauerhaftigkeit, Sicherheit von Tragwerken 2 (**R. Meiswinkel**, Kaiserslautern)		
11:10	11:30	*J. Mosler*	Ruhr-Universität Bochum	3D-Finite-Elemente-Modell mit eingebetteten Diskontinuitäten des Verschiebungsfeldes für numerische Analysen gerissener Betonstrukturen
11:30	11:50	*S. Ricci*	Universität Dortmund	Numerische Simulation des Tragverhaltens von Metallen mit Hilfe gradientenabhängiger Materialmodelle
11:50	12:10	*B. Reyher*	TU Berlin	Untersuchung von Low-Cycle-Fatigue-Effekten in Stahlrahmenverbindungen unter Erdbebeneinwirkungen mit der Methode der finiten Elemente
12:10	12:30	*J. Rottschäfer, A.-R. Jost*	Universität-GH Essen	Kostenoptimierung von Stahltragwerken mit Versagenswahrscheinlichkeitsrestriktionen
12:30	12:50	*G. A. D'Adetta*	Universität Stuttgart	Simulation des Bruchverhaltens von Geomaterialien mit diskreten Berechnungsmodellen
12:50	13:00	Schlusswort **H. Rothert**		
13:15		Mittagessen		
14:30		Auschecken und Abreise		

Inhaltsverzeichnis

Aminbagdi, M., TU Wien
Analytische Berechnung von Stäben mit beliebiger Veränderlichkeit von Querschnitt, Normalkraft (bei Theorie I. Ordnung), elastischer Bettung und Massenbelegung (bei Schwingungen) unter Berücksichtigung von M-, Q- und N-Verformungen sowie Theorie I. und II. Ordnung und Formulierung des allgemeinen Verschiebungsgrößenverfahrens für Stabwerke 2

Andres, M. und Wörmann, R., Bergische Universität - GH Wuppertal
Tragsicherheit und Dauerhaftigkeit von Kühlturmschalen mit säureresistentem Hochleistungsbeton 4

Bangert, F., Kuhl, D. und Meschke,G., Ruhr-Universität Bochum
Modellbildung des Kalziumauslaugens im Rahmen eines chemo-mechanischen Modells zum Zwecke von Dauerhaftigkeitsuntersuchungen von Betonstrukturen 6

Barlag, S. und Rothert, H., Universität Hannover
Ein Nomogramm zur Berechnung der idealen Beullast ringversteifter Kreiszylinderschalen unter allseitigem Außendruck 8

Beer, M., TU Dresden
Fuzzy-Probabilistik und ihre Anwendung zur Sicherheitsbeurteilung von Tragwerken 10

D'Addetta, G. A., Universität Stuttgart
Simulation des Bruchverhaltens von Geomaterialien mit diskreten Berechnungsmodellen 12

Dorfmann, A. et al., Universität für Bodenkultur Wien
Non-Linear Seismic Uplift Analysis of a Water Storage Tank Adjacent to the San Andreas Fault 15

Ebert, M. und Bucher, C., Bauhaus-Universität Weimar
Modellierung der Veränderung der dynamischen und statischen Eigenschaften geschädigter Stahlbetonbalken mit der stochastischen Finite Element Methode 18

Eidel, B., TU Darmstadt
Finite-Element-Algorithmen zur Berechnung großer inelastischer Deformationen 20

Golowin, A. N., TU Berlin
Modellierung von progressiven Schädigungsprozessen im Stahlbeton unter dynamischen Einwirkungen 23

Grätsch, T., Universität - GH Kassel
Das Gleichgewicht bei den finiten Elementen 26

Greulich, S. und Gebbeken, N., Universität der Bundeswehr München
Ansätze zur realitätsnahen Modellierung von Werkstoffen unter hochdynamischer Belastung 28

Hanel, J., TU Braunschweig
Numerische Simulation von Transport- und Reaktionprozessen in Hausmülldeponien 30

Hohn, B. und Rothert, H., Universität Hannover
Ein Finite-Element-Modell zur Berechnung der Verbundfuge in Verbundbauteilen aus Stahl und Stahlbeton 32

Hübner, B. und Walhorn, E., TU Braunschweig
Analyse von Fluid-Struktur-Wechselwirkungen mit stabilisierten Raum-Zeit-Elementen 34

Jost, A.-R., Rottschäfer, J. und Thierauf, G., Universität - GH Essen
Kostenoptimierung von Stahltragwerken mit Versagenswahrscheinlichkeitsrestriktionen 36

Klinkel, S., Universität Karlsruhe (TH)
Theorie und Numerik eines Volumen-Schalenelements bei finiten plastischen Verzerrungen 38

Könke, C. und Chudoba, R., RWTH Aachen
Ein objektorieniertes FE-Programm 40

Koschnick, F., TU München
Zur Formulierung schubweicher Balken- und Plattenelemente mit der Discrete-Shear-Gap Methode 42

Mosler, J. und Meschke, G., Ruhr-Universität Bochum
3D-Finite-Elemente-Modell mit eingebetteten Diskontinuitäten des Verschiebungsfeldes für numerische Analysen gerissener Betonstrukturen 44

Pilgram, W., TU Wien
Ein analytisches Konzept zur Lösung von gekoppelten Differentialgleichungen beliebiger Ordnung mit Polynomkoeffizienten – Anwendung auf den geraden Stab mit veränderlichem Querschnitt nach Theorie I. und II. Ordnung unter Berücksichtigung von M- und Q-Verformungen 46

Pilz, G., TU Graz
Ein Beitrag zur Fließgelenktheorie 48

Rahm, H., Universität Kaiserslautern
Schädigungsmodellierung von Stahlbeton: Auswirkungen auf Schalentragwerke 50

Reyher, B., TU Berlin
Untersuchung von Low-Cycle-Fatigue-Effekten in Stahlrahmenverbindungen unter Erdbebeneinwirkung mit der Methode der finiten Elemente 52

Ricci, S., Universität Dortmund
Numerische Simulation des Tragverhaltens von Metallen mit Hilfe gradientenabhängiger Materialmodelle 54

Richter, M. und Lepenies, I., TU Dresden
Numerische Simulation des Verbundverhaltens von Textilbeton 56

Sadegh-Azar, H., RWTH Aachen
Funktionsorientierte seismische Bemessung - Bewertung der Erdbebengefährdung von Gebäuden 58

Schlebusch, R. und Matheas, J., TU Dresden
Oberflächenorientierte Schalentheorien zur Untersuchung von 60

Schmidt, H. und Thierauf, G., Universität - GH Essen
Diskrete und gemischt-diskrete Optimierung von Fachwerken mit genetischen Strategien. 62

Schrank, R. und Biegholdt, H.-A., Universität Leipzig
Analyse der vertikalen Tragfähigkeit historischer durch Holzstiele ausgesteifter Mauerwerkswände 64

Schroth, H., Universität Leipzig
Hochbeanspruchte Schalenregionen dünnwandiger einzelgestützter Stahlsilos mit Auslauftrichter 66

Stanoev, E., Universität Rostock
Trägheitskräfte im Differentialgleichungssystem des räumlich wirkenden Stabes im Rahmen einer nichtlinearen Stabtheorie 68

Steinigen, F., TU Dresden
Numerische Simulation des Tragverhaltens textilverstärkter Stahlbetontragwerke 70

Wall, W., Universität Stuttgart
Fluid-Struktur-Interaktion mit stabilisierten Finiten Elementen 72

Wallmichrath, I., Technische Universität Hamburg-Harburg
Berechnung schlanker Brückenpfeiler für große Verschiebungen und nichtlineares Systemverhalten 74

Winkler, B., Universität Innsbruck
Experimentelle und Numerische Untersuchungen der Rissbildung in unbewehrtem und bewehrtem Beton 76

Zhu, J., BTU Cottbus
Ingenieurmäßige Bemessungsmethoden zur Berücksichtigung der Interaktion zwischen Beulen und Knicken 79

Ziegler, R., Universität Karlsruhe (TH)
Ein Finite-Elemente-Konzept zur Berechnung von vorgespannten Membrantragwerken 80

Kurzfassungen

Analytische Berechnung von Stäben mit beliebiger Veränderlichkeit von Querschnitt, Normalkraft (bei Theorie II. Ordnung), elastischer Bettung und Massenbelegung (bei Schwingungen) unter Berücksichtigung von *M*- *Q*- und *N*-Verformungen sowie Theorie I. und II. Ordnung und Formulierung des allgemeinen Verschiebungsgrößenverfahrens für Stabwerke

M. AMINBAGHAI

Institut für Baustatik
TU Wien

Zusammenfassung Vorgestellt wird eine allgemeine Stabtheorie (ebenes Problem) [1] unter Berücksichtigung der *M*- und *N*-Verformungen beim veränderlichen Querschnitt und *Q*-Verformungen beim konstanten Querschnitt, Theorie I. und II. Ordnung, elastischer Bettung sowie den harmonischen Schwingungen. Querschnittswerte, Normalkräfte (im Fall der Theorie II. Ordnung), Bettungsziffer und Massenbelegung (im Fall von harmonischen Schwingungen) dürfen gemäß eines Polynoms beliebigen Grades veränderlich sein.

Das Lösungsverfahren für die Differentialgleichung der oben genannten Stabtheorie basiert auf dem Lösungskonzept linearer Differentialgleichungen beliebiger Ordnung mit (stetig) veränderlichen Polynomkoeffizienten gemäß [2].

Diese allgemeine Theorie kann alle oben genannten Einflüsse gleichzeitig oder einzeln als beliebige Sonderfälle ohne Fallunterscheidung erfassen. Lediglich das Seil, als Stab mit der Biegesteifigkeit null, ist als Sonderfall nicht enthalten. Alle Ergebnisse stellen (im Rahmen der angewendeten Theorie) genaue, analytische Lösungen dar. Dies bedeutet, daß für beliebige baustatische Verfahren der Einzelstab als ein (finites) Element exakt beschrieben wird. Damit entfallen die Unterteilungen in Abschnitte wie bei numerischen Verfahren. Die einzelnen Elemente, für welche die Schnittgrößen-Verschiebungsgrößen-Beziehungen formuliert werden, müssen nicht mehr einzelne Stäbe sein, sondern können Stabzüge (ohne Verzweigungen und ohne Gelenke) aus beliebig vielen Stäben sein.

Basierend auf der oben genannten Stabtheorie werden die erforderlichen Beziehungen (Schnittgrößen-Verschiebungsgrößen-Beziehungen) für diese Elemente (Stab, Stabzug) mittels Reduktionsverfahren (Übertragungsmatrizenverfahren) gemäß [3] ermittelt. Beim Reduktionsverfahren werden Kraft- und Verschiebungsgrößen gleichwertig nebeneinander behandelt. An der allgemeinen Stelle x wird der Zustandsvektor in Abhängigkeit der Belastung und des Zustandsvektores am Anfangspunkt i formuliert. Der Zustandsvektor besteht aus folgenden Gliedern:

U Horizontalverschiebung

W Vertikalverschiebung

φ Querschnittsverdrehung

M Biegemoment

H horizontale Schnittkomponente

V vertikale Schnittkomponente

So lassen sich die Übertragungsbeziehungen für einen Stabzug ohne Verzweigungen und ohne Gelenke durch einfache Matrizenmultiplikation ermitteln, wobei der Stabzug geradlinig oder beliebig abgeknickt sein kann. Die Knotenlasten und elastische Lagerungen an den Knoten werden mittels einer Punktmatrix berücksichtigt.

Die durch das Reduktionsverfahren erhaltenen Übertragungsbeziehungen (Übertragungsmatrizen) werden als Basis für die Herleitung des Gleichungssystems des Verschiebungsgrößenverfahrens herangezogen.

Weiters wird im Rahmen dieser Arbeit auch das Verschiebungsgrößenverfahren für die Berechnung der Systemstatik erläutert. Die Unbekannten des Gleichungssystems beim Verschiebungsgrößenverfahren sind die Verschiebungsgrößen der Knoten, das sind der Knotendrehwinkel φ, die Vertikalverschiebung W und die Horizontalverschiebung U für den freien Knoten *i*, der keine Verbindung zur Erdscheibe hat.

Als Bestimmungsgleichungen zur Aufstellung des Gleichungssystems werden die Gleichgewichtsbedingungen $\sum M = 0$, $\sum V = 0$ und $\sum H = 0$ für alle freien Knoten *i* verwendet. Die Zustandsgrößen an den Stabenden sind nach der Auflösung des Gleichungssystems bekannt oder leicht bestimmbar.

Mittels der Übertragungsbeziehungen werden die Zustandsgrößen (Verschiebung- und Schnittgrößen) längs der Stabachse *x* berechnet.

LITERATUR

[1] H. RUBIN, *Analytische Lösung linearer Differentialgleichungen mit veränderlichen Koeffizienten und baustatische Anwendung*, Bautechnik, 76, 225-231 (1999).

[2] H. RUBIN, *Analytische Berechnung von Stäben mit linear veränderlicher Höhe unter Berücksichtigung von M-, Q- und N-Verformungen*, Stahlbau , 68, 112-119 (1999).

[3] RUBIN/SCHNEIDER, *Baustatik Theorie I. und II. Ordnung*, 3. Auflage Werner-Verlag (1996)

Tragsicherheit und Dauerhaftigkeit von Kühlturmschalen mit säureresistentem Hochleistungsbeton

M. Andres*, R. Wörmann*

Lehr- und Forschungsgebiet
Statik und Dynamik der Tragwerke
Bergische Universität - GH Wuppertal
E-Mail: andres@uni-wuppertal.de / woermann@uni-wuppertal.de

KURZFASSUNG

Zusammenfassung Für den Kühlturmneubau im Zuge der Kraftwerkserweiterung am Standort Niederaußem wurde ein Sonderbeton verwendet, der den zu erwartenden Säureangriff aus den eingeleiteten Reingasen ohne Beschichtungsschutz dauerhaft überstehen soll. Die RWE Energie AG förderte die Untersuchungen zur Tragsicherheit und Dauerhaftigkeit dieses Sonderbetons mit einem Forschungsprojekt an der BUGH Wuppertal. Zur Durchführung des Projektes wurde das Materialmodell für Beton nach Darwin/Pecknold [1,2] für hochfesten Beton erweitert und das Tension-Stiffening Konzept nach König/Tue [3] in das FE-Programmsystem FEMAS 2000 [4] implementiert.

Der Kühlturm Niederaußem ist mit seiner Bauhöhe von 200 m der zur Zeit weltweit größte Naturzugkühlturm. Die nicht-rotationssymmetrische Bettung, die hochliegende Reingaseinleitung, die Interferenzeinflüsse aus Windbelastung, der säureresistente Hochleistungsbeton und die Vorspannung des oberen Randglieds sind weitere Besonderheiten des Bauwerks.

Bei der Planung des Kühlturms wurde der Einsatz eines neuartigen Schalenbetons projektiert, welcher die Funktion der sonst üblichen Innenbeschichtung der Kühlturmschale übernehmen soll. Diese dient beim Einsatz von Normalbeton - meist B35 - als Schutz vor der aus gereinigten Rauchgasen und Wasser entstehenden Säure mit einem pH-Wert von 2.5. Bei dem hier geplanten und verwirklichten Bauwerk mit einer Schalenoberfläche von ca. 60.000 m² entstehen durch eine solche Beschichtung Mehrkosten von ca. 10% der Rohbaukosten. Aus diesem Grund wurde an der TU Berlin und später dann bei den Baufirmen Hochtief und Heitkamp ein säureresistenter Beton entwickelt, der durch seine Packungsdichte ein tiefes Eindringen und Lösen der Zuschlagstoffe vermeidet.

Mit dem SRB 85/35 wurde somit eine Betonmischung gefunden, welche sich durch drei Eigenschaften von einem Normalbeton unterscheidet:

- Thompson-Fuller Sieblinie, die sowohl für den Zuschlag als auch für das Bindemittel eine dichteste Packung garantiert.
- Verwendung von Flugasche, die sowohl die Sieblinie ermöglicht, aber auch die Eigenschaft hat, ein tiefes Eindringen der Säure in den Betonquerschnitt zu verhindern.
- Einsatz von Mikrosilika, welches die Verbindung zwischen Zementstein und Zuschlag verbessert und puzzolanische Eigenschaften besitzt.

Die Maßnahmen führen zu einem Beton, welcher bei einer Säurebelastung einen minimalen Massenverlust und geringe Formänderungseigenschaften besitzt. Neben diesen Eigenschaften besitzt der Beton eine hohe Druckfestigkeit, einen hohen E-Modul und eine leicht erhöhte Zugfestigkeit gegenüber einem üblichen B35.

Bei der Planung wurde aus genehmigungstechnischen Gründen ein Bemessungskonzept festgelegt, welches die negativen Eigenschaften eines B85 nach [5] berücksichtigt, aber die positiven Eigenschaften nicht ausnutzt. So wird zum Beispiel der Erhöhung des Zwangs aus der Temperaturbelastung Rechnung getragen, während die größere maximal vom Querschnitt

aufnehmbare Druckkraft nicht erhöht wird. Bei der Bemessung wird das Konzept einer extremalen Bewehrungsermittlung angewendet. Dabei wird in den Berechnungspunkten eines jeden Elementes die Bewehrung für sämtliche Lastfallkombinationen bestimmt und der Maximalwert der Konstruktion zugrundegelegt. Aufgrund dieser Vorgehensweise erhält man eine unsymmetrische Bewehrungsverteilung, resultierend aus der unsymmetrischen Lagerung und Belastung.

Zur nichtlinearen Simulation wurde das Materialmodell für Beton nach Darwin/Pecknold [1,2] für einen Hochleistungsbeton erweitert und in das Programmsystem FEMAS 2000 [4] implementiert. Zur Berücksichtigung des Tension-Stiffening Effektes wurde das Modell nach König/Tue [3] angewendet, da es mit Hilfe der Erweiterungen nach Bergner [6] für Hochleistungsbeton gültig ist. Im Rahmen der nichtlineare Analyse wurden der Traglastfaktor und die rechnerischen Rissbreiten ermittelt. Der Traglastfaktor wird mit Hilfe der Lastfallkombinationen $G + \Delta T + \lambda * W$ und $G + \lambda * W$ bestimmt. Bei der Belastung des Tragwerks durch die Temperaturdifferenz wird die Kühlturmschale durch Rissbildung auf der Schalenaußenseite vorgeschädigt, so dass eine gleichmäßigere Verformung der Kühlturmschale eintritt als bei der ausschließlichen Belastung des Tragwerks infolge Wind. Der erreichte Traglastfaktor des untersuchten SRB 85/35 unterscheidet sich nur in geringem Maße von einem B35, während der Normbeton B85 eine geringere Traglast erreicht. Es wurde sowohl bei der Lastfallkombination mit als auch ohne Temperatur ein Lastfaktor von mindestens 1,75 errechnet, so dass die linear ermittelte Bewehrung bestätigt werden konnte.

Die Berechnung der Rissbreiten erfolgte sowohl für B35 als auch für SRB 85/35. Die nichtlinear ermittelten Rissbreiten lassen sich generell nicht mit den im Rahmen der Rissbreitenbeschränkung mit Hilfe der linearen Schnittgrößen ermittelten Rissbreiten vergleichen. Sie sind bei der wirklichkeitsnäheren nichtlinearen Betrachtung geringer, so dass für den Beton SRB 85/35 eine Einhaltung der geforderten Rissbreite von 0,2 mm bestätigt werden konnte. Diese geringeren Rissbreiten lassen sich zum Einen auf den Abbau der Zwangschnittgrößen infolge Rissbildung und zum Anderen auf die Schnittgrößenumlagerung zurückführen.

Zusammenfassend bleibt festzustellen, dass der Hochleistungsbeton SRB 85/35 die in ihn gestellten Anforderungen wie Dauerhaftigkeit, Tragsicherheit und Verarbeitbarkeit erfüllt. Die Kosten des Betons liegen mit Entwicklung, Experimenten, Fertigung und Prüfung oberhalb des angedachten Niveaus, aber trotzdem noch weit unterhalb der Kosten für eine Beschichtung. Bei den Analysen, wie z.B. Eigenfrequenzanalyse und Beulnachweis wurden keine Verschlechterungen zum herkömmlichen Schalenbeton festgestellt.

LITERATUR

[1] D. Darwin, D.A. Pecknold, *Nonlinear biaxial Stress-strain law for concrete*, Journal of the engineering mechanics division, ASCE, EM2, (1977), 229-241.

[2] D. Darwin, D.A. Pecknold, *Analysis of cyclic loading of plane R/C structures*, Computers and Structures, 7, (1977), 137-146.

[3] G. König, N.V. Tue, *Grundlagen und Bemessungshilfen für die Rissbreitenbeschränkung im Stahlbeton und Spannbeton*, DAfStb-Heft 466, Beuth Verlag GmbH, Berlin, (1996).

[4] H. Beem, C. Könke, U. Montag, W. Zahlten, *FEMAS 2000 – Finite Element Moduln Allgemeiner Strukturen, Benutzerhandbuch, Release 3.0*, Lehrstuhl für Statik und Dynamik, Ruhr-Universität Bochum, (1996).

[5] *DAfStb-Richtlinie für hochfesten Beton; Ergänzung zu DIN 1045/07.88 für die Festigkeitsklassen B65 bis B115*, DAfStb im DIN Deutsches Institut für Normung e.V., Berlin, (1995).

[6] H. Bergner, *Rissbreitenbeschränkung zwangbeanspruchter Bauteile aus hochfestem Normalbeton*, DAfStb-Heft 482, Beuth Verlag GmbH, Berlin, (1997).

Modellbildung des Kalziumauslaugens im Rahmen eines chemo-mechanischen Modells zum Zwecke von Dauerhaftigkeitsuntersuchungen von Betonstrukturen

Falko Bangert*, Detlef Kuhl, Günther Meschke
Lehrstuhl für Statik und Dynamik
Ruhr-University Bochum, 44780 Bochum, Germany
e-mail: detlef.kuhl@ruhr-uni-bochum.de

KURZFASSUNG

Zusammenfassung Der Beitrag stellt ein gekoppeltes chemo-mechanisches Werkstoffmodell zur Simulation des Kalziumauslaugens in Beton zur Diskussion. Die thermodynamisch konsistente Formulierung des konstitutiven Gesetzes basiert auf der Definition der Porosität des Werkstoffs. Die Evolution der Porosität wird von mechanischen und chemischen Lasten geprägt und beeinflußt andererseits die Steifigkeits-, Festigkeits- und Transporteigenschaften. Die Lösung des resultierenden Mehrfeldproblems erfolgt mit gebräuchlichen numerischen Methoden der computerorientierten Strukturmechanik.

1. Einleitung

Neben mechanischen Beanspruchungen verursachen vor allem Wechselwirkungen mit der Umgebung die Deterioration zementbasierter Werkstoffe und damit eine Reduktion der Lebensdauer von Tragwerken aus Stahlbeton. Ziel des vorgestellten Forschungsprojekts ist es, diese Wechselwirkungen im Rahmen einer Computersimulation zu erfassen und damit die Qualität von Lebensdauerprognosen entscheidend zu verbessern. Als ein Prototyp der zugrundeliegenden Wechselwirkungsmechanismen wird die Simulation der Interaktion chemischer Lösung und der Diffusion von Kalzium aus den Portland-, C-S-H- und Ettringite-Phasen der Zementmatrix und mechanisch induzierter Schädigung in dem vorliegenden Beitrag skizziert. Eine detaillierte Beschreibung des Modells und der verwendeten numerischen Methoden findet sich in [3].

2. Chemo-mechanisches Modell

Das vorgestellte Modell basiert auf der Theorie gesättigter poröser Medien nach COUSSY [1], wobei die Bewegung des Porenfluids vernachlässigt wird (siehe ULM, TORRENTI & ADENOT [5]). Der zentrale Aspekt ist die Definition des totalen Porenvolumenanteils ϕ als Summe der initialen Porosität ϕ_0, der durch Kalziumauslaugen verursachten Porosität ϕ_c und der scheinbaren Porosität infolge mechanischer Schädigung ϕ_m. ϕ_m kann mit dem Volumenanteil des Zementskeletts $1-\phi_0-\phi_c$ als Funktion des klassischen skalaren Schädigungsparameters d_m ausgedrückt werden.

$$\phi = \phi_0 + \phi_c + \phi_m \qquad \phi_m = (1 - \phi_0 - \phi_c)\, d_m \tag{1}$$

Die freie Energiefunktion wird auf Basis des Verzerrungstensors $\boldsymbol{\epsilon} = \nabla^{sym}\boldsymbol{u}$ und des Gradienten $\boldsymbol{\gamma} = -\nabla c$ als Funktion der primären Variablen $\boldsymbol{u}$ (Verschiebung) und c (Kalziumkonzentration) sowie der internen Variablen κ_m und κ_c formuliert.

$$\Psi(\boldsymbol{\epsilon}(\boldsymbol{u}), \boldsymbol{\gamma}(c), d_m(\kappa_m), \phi_c(\kappa_c)) = \frac{1-d_m}{2}\,(1-\phi_0-\phi_c)\,\boldsymbol{\epsilon} : \boldsymbol{\mathcal{C}}_0 : \boldsymbol{\epsilon} + \phi\,\frac{D_0}{2}\,\boldsymbol{\gamma}\cdot\boldsymbol{\gamma} \tag{2}$$

Hierin repräsentieren $\mathcal{C}_0$ den konstitutiven Tensor des Zementskeletts und D_0 die Konduktivität der Kalziumionen (Ca^{2+}) im Porenwasser. Durch Differentiation der freien Energiefunktion (2) erhält man den Spannungstensor $\boldsymbol{\sigma} = \Psi_{,\boldsymbol{\epsilon}}$ und den Kalziumstromvektor $\boldsymbol{q} = \Psi_{,\boldsymbol{\gamma}}$. Die Evolution des Schädigungsparameters $d_m(\kappa_m)$ wird analog zur verzerrungsbasierten Schädigungsformulierung (SIMO & JU [4]) mit der internen Variable κ_m realisiert. Die Simulation zyklischer chemischer Lasten und die thermodynamisch konsistente Formulierung des Kalziumauslaugens fordern die Ergänzung des phänomenologischen Modells von GÉRARD [2] um den Geschichtsparameter κ_c, der die Evolution der chemisch induzierten Porosität $\phi_c(\kappa_c)$ charakterisiert.

$$d_m(\kappa_m) = 1 - \frac{\kappa_m^0}{\kappa_m}\Big[1 - \alpha_m - \alpha_m\, e^{\beta_m(\kappa_m^0 - \kappa_m)}\Big] \quad \phi_c(\kappa_c) = \frac{\mathcal{M}}{\rho}\,(s_0 - s(\kappa_c)) \tag{3}$$

κ_m^0, α_m und β_m sind Parameter des mechanischen Modells, s_0 kennzeichnet das chemisch ungeschädigte Zementskelett und $\mathcal{M}$, ρ sind Mittelwerte der molaren Masse und molaren Dichte der ausgelaugten Portland-, C-S-H- und Ettringite-Phasen. GÉRARD's Modell beschreibt das chemische Gleichgewicht $s(\kappa_c)$ des im Skelett gebundenen Kalziums s als Funktion des gelösten Kalziums c. Die Bilanzen des linearen Impulses und der Kalziummasse komplettieren den Gleichungssatz zur Berechnung des Verschiebungs- $\boldsymbol{u}$ und des Konzentrationsfelds c als Funktion der Zeit t.

$$\operatorname{div} \boldsymbol{\sigma}(\boldsymbol{u}, \kappa_m, \kappa_c) = \mathbf{0} \qquad \operatorname{div} \boldsymbol{q}(c, \kappa_m, \kappa_c) + s_{,c}\, c_{,t} + (\phi\, c)_{,t} = 0 \tag{4}$$

3. Skizze der numerischen Methoden

Zur numerischen Lösung des beschriebenen Mehrfeldproblems werden in der Strukturmechanik etablierte Methoden verwendet. Im einzelnen sind dies die schwache Formulierung der Bilanzgleichungen und der NEUMANN Randbedingungen, die konsistente Linearisierung, die räumliche Diskretisierung mit hierarchischen Finiten Elementen, die zeitliche Diskretisierung mit einer generalisierten Mittelpunktsregel und die iterative Lösung mit Hilfe des NEWTON-RAPHSON Schemas.

LITERATUR

[1] O. Coussy, *Mechanics of porous continua*, John Wiley & Sons, Chicester, 1995.

[2] B. Gérard, *Contribution des Couplages Mécanique-Chimie-Transfert dans la Tenue a Long Terme des Ouvrages de Stockage de Déchets Radioactifs*, Ph.D. Dissertation, Laboratoire de Méchanique et Technologie. E.N.S. de Cachan, 1996.

[3] D. Kuhl, F. Bangert and G. Meschke, "An extension of damage theory to coupled chemo-mechanical processes". *European Congress on Computational Methods in Applied Sience and Engineering*, Barcelona, 11-14 September, (2000).

[4] J.C. Simo and J.W. Ju, "Strain- and stress-based continuum damage models", *International Journal of Solids and Structures*, **7**, pp. 821-869, (1987).

[5] F.-J. Ulm, J.-M. Torrenti and F. Adenot, "Chemoporoplasticity of calcium leaching in concrete", *Journal of Engineering Mechanics*, **125**, pp. 1200-1211, (1999).

Ein Nomogramm zur Berechnung der idealen Beullast ringversteifter Kreiszylinderschalen unter allseitigem Außendruck

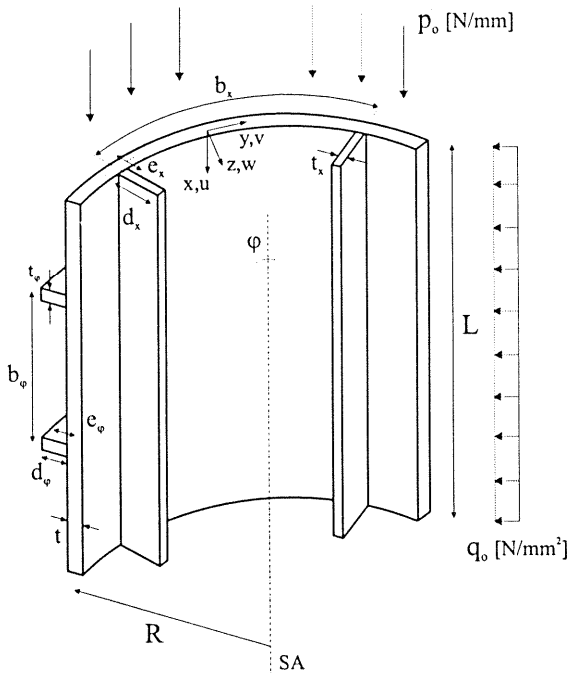
Dipl.-Ing. S. Barlag*, Prof. Dr.-Ing. Dr.-Ing. E. h. H. Rothert
Institut für Statik
Universität Hannover, Germany
e–mail: s.barlag@statik.uni-hannover.de

KURZFASSUNG

Zusammenfassung Durch die Aussteifung einer Kreiszylinderschale mit Längs- oder Ringsteifen läßt sich die Tragfähigkeit der gesamten Strukur bei gleichem Materialverbrauch wesentlich erhöhen. Bei der Berechnung solcher versteiften Strukturen wird bisher häufig auf die Theorie schwach gekrümmter Schalen zurückgegriffen oder auch von zentrischer Orthotropie ausgegangen. Das Ziel ist es, die Beullasten exzentrisch versteifter Schalen auf Grundlage genauerer Verschiebungs-Verzerrungsbeziehungen zu ermitteln.

Annahmen und theoretische Hintergründe

Ausgehend von einem geringen Abstand der Längs- und Ringsteifen lassen sich diese zu zwei zusätzlichen homogenen Schichten verschmieren. Für den aus drei Schichten aufgebauten Kreiszylinder lassen sich Verschiebungs-Verzerrungsbeziehungen, wie sie in [1] formuliert sind, annehmen, wobei die Schalenhautmittelfläche als Bezugsebene angesetzt wird (siehe dazu Abbildung 1).



$$\epsilon_x = \frac{u_{,x}}{R} - z\,\frac{w_{,xx}}{R}$$

$$\epsilon_\varphi = \frac{v_{,\varphi}}{R} - \frac{w}{R-z} - \frac{z\,w_{,\varphi\varphi}}{R\,(R-z)}$$

$$\gamma_{x\varphi} = \frac{u_{,\varphi}}{R-z} + \frac{(R-z)\,v_{,x}}{R^2} - \frac{z}{R}\left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R-z}\right) w_{,x\varphi}$$

Abbildung 1: Bezeichnungen und Verschiebungs-Verzerrungsbeziehungen

Die konstitutiven Beziehungen für die Schnittgrößen setzen sich dann additiv aus den Integrationen über die Spannungsverläufe der einzelnen Schichtanteile zusammen, wobei die gedankliche Verschmierung der Steifen über die Division durch den entsprechenden Steifenabstand erreicht wird.

Infolge der zusätzlichen Anordnung der Steifen ändern sich die Gleichgewichtsbedingungen gegenüber der isotropen Schale nicht und es gilt für die drei, aus der Betrachtung am verformten Element resultierenden zusätzlichen Verschiebungskomponenten u, v und w:

$$\begin{aligned} n_{x,x}\ R\ +\ n_{\varphi x,\varphi}\ R\ + q_o\Big(w_{,x} - u_{,\varphi\varphi}\Big) &= 0 \\ n_{x\varphi,x}\ R + n_{\varphi,\varphi}\ R - m_{x\varphi,x} - m_{\varphi,\varphi} - p_o\ v_{,xx} &= 0 \\ m_{x,xx} + m_{\varphi x,\varphi x} + m_{x\varphi,x\varphi} + m_{\varphi,\varphi\varphi} + n_\varphi\ R\ + q_o\ R\Big(u_{,x} - w - w_{,\varphi\varphi}\Big) - p_o\ w_{,xx} &= 0 \end{aligned}$$

Werden die konstitutiven Beziehungen in die Gleichgewichtsbeziehungen eingesetzt, erhält man ein Gleichungssystem von drei partiellen Diffentialgleichungen für die Zusatzgrößen. Um die Differentialgleichungen zu lösen, wird ein Ansatz gewählt, der die klassischen Randbedingungen erfüllt und das Differentialgleichungssystem in ein algebraisches System überführt, hier schematisch in Matrizenschreibweise dargestellt:

$$\Big[\ \underline{\mathbf{A}} + q_o\ R\ \underline{\mathbf{Q}} + p_o\ \underline{\mathbf{P}}\ \Big]\ \underline{\mathbf{x}} = 0$$

mit
$\underline{\mathbf{A}}$ = Koeffizienten der Beulmatrix,
$\underline{\mathbf{Q}}$ = Koeffizientenmatrix der Belastungsanteile aus Manteldruck,
$\underline{\mathbf{P}}$ = Koeffizientenmatrix der Belastungsanteile aus Deckeldruck,
$\underline{\mathbf{x}}$ = unbekannter Verschiebungsvektor der Zusatzgrößen.

Je nach Belastungsart und gesuchter kritischer Lastart läßt sich daraus ein spezielles Eigenwertproblem formulieren, dessen kleinster Eigenwert der gesuchte kritische Wert ist:

für Axialdruck:

$$\Big[\Big(\ \underline{\mathbf{A}} + q_o\ R\ \underline{\mathbf{Q}}\Big)^{-1} \cdot\ \underline{\mathbf{P}} - \lambda_{kr}\ \underline{\mathbf{1}}\Big]\underline{\mathbf{x}} = 0$$

für Manteldruck:

$$\Big[\Big(\ \underline{\mathbf{A}} + p_o\ \underline{\mathbf{P}}\Big)^{-1} \cdot\ \underline{\mathbf{Q}} - \lambda_{kr}\ \underline{\mathbf{1}}\Big]\underline{\mathbf{x}} = 0$$

Die Auswertung kann entweder in Form der bekannten Girlandenkurven oder in Form eines Nomogrammes mit einem einheitenfreien geometrischen Kurvenparameter erfolgen.

Literatur

[1] FLÜGGE, W.: *Stresses in Shells.* Springer Verlag, 1960.

Fuzzy-Probabilistik
und ihre Anwendung zur Sicherheitsbeurteilung von Tragwerken

Michael Beer

Lehrstuhl für Statik
Technische Universität Dresden
E-Mail: statik@rcs.urz.tu-dresden.de

KURZFASSUNG

Zusammenfassung Die Sicherheitsbeurteilung von Tragwerken wird mit Hilfe der Fuzzy-Probabilistik durchgeführt. Auf der Grundlage der Theorie der Fuzzy-Zufallsgrößen wird eine Fuzzy-Zuverlässigkeitstheorie I. Ordnung entwickelt.

Fuzzy-Probabilistik stützt sich bei der Sicherheitsbeurteilung von Tragwerken auf die Theorie der Fuzzy-Zufallsgrößen. Mit Fuzzy-Zufallsgrößen kann Unschärfe mathematisch beschrieben werden, die durch Fuzzy-Zufälligkeit charakterisiert ist. Fuzzy-Zufälligkeit tritt auf, wenn Zufallsgrößen nicht exakt - z.B. infolge sich ändernder Randbedingungen - beobachtet werden können. Fuzzy-Zufallsgrößen können auch als fuzzifizierte Zufallsgrößen interpretiert werden, da das zufällige Ereignis nur unscharf beobachtet werden kann.

Die Entwicklung der Theorie der Fuzzy-Zufallsgrößen ist noch nicht abgeschlossen. Für die Sicherheitsbeurteilung von Tragwerken ist die folgende Definition geeignet. Eine Fuzzy-Zufallsgröße $\tilde{\underline{X}}$ ist das Fuzzy-Ergebnis der unscharfen Abbildung des zufälligen Elementarereignisses $\omega \in \Omega$ auf die Menge aller Fuzzy-Zahlen $F(\mathbb{R}^n)$ im $\mathbb{R}^n$: $\Omega \tilde{\to} F(\mathbb{R}^n)$. Jede gewöhnliche Zufallsgröße $\underline{X}$ (ohne Fuzziness), die vollständig in $\tilde{\underline{X}}$ enthalten ist, wird als ein *Original* von $\tilde{\underline{X}}$ bezeichnet. Damit existieren für Fuzzy-Zufallsvariable sowohl Fuzzy-Wahrscheinlichkeitsverteilungsfunktionen $\tilde{F}(\underline{x})$ als auch Fuzzy-Wahrscheinlichkeitsdichtefunktionen $\tilde{f}(\underline{x})$. Diese Funktionen sind durch Fuzzy-Parameter wie Fuzzy-Erwartungswert und Fuzzy-Standardabweichung charakterisiert.

Prinzipiell können alle Level-3- und Level-2-Methoden der Stochastik so erweitert werden, daß die Versagenswahrscheinlichkeit unter Verwendung von Fuzzy-Zufallsgrößen bestimmt werden kann. Versagen wird damit mit der Fuzzy-Versagenswahrscheinlichkeit $\tilde{P}_f$ beurteilt, für die gilt

$$\tilde{P}_f = \tilde{P}\left(\tilde{g}(\underline{x}) < 0\right) = \int_{\underline{x} \mid \tilde{g}(\underline{x}) < 0} \tilde{f}(\underline{x})\, d\underline{x}$$

Diese Erweiterungsidee wird exemplarisch auf die Zuverlässigkeitstheorie I. Ordnung (FORM) angewandt. Die entwickelte Methode wird als FFORM (Fuzzy First Order Reliability Method) bezeichnet. Sie liefert einen Fuzzy-Sicherheitsindex $\tilde{\beta}$ zur Beurteilung der Tragsicherheit.

Die Sicherheitsbeurteilung mit FFORM ist durch folgende Schritte charakterisiert:

1. Bestimmung der Fuzzy-Zufallsgrößen
2. Bestimmung der Grenzzustandsfunktion
3. Transformation in den Raum der standardisierten Normalverteilung (y-Raum)
4. Berechnung des Fuzzy-Bemessungspunktes

Im Fuzzy-Sicherheitsindex ist die Unschärfe Fuzzy-Zufälligkeit der Entwurfsparameter berücksichtigt. Der entwerfende Ingenieur erhält dadurch zusätzliche Informationen zur Beurteilung der Tragwerkssicherheit.

LITERATUR

Kwakernaak, H., *Fuzzy random variables - I. Definitions and Theorems*, Information Sciences 15, 1978, S. 1-29

Kwakernaak, H., *Fuzzy random variables - II. Algorithms and Examples for the Discrete Case*, Information Sciences 17, 1979, S. 253-278

Liu Yubin; Qiao Zhong; Wang Guangyuan, *Fuzzy random reliability of structures based on fuzzy random variables*, Fuzzy Sets and Systems 86, 1997, S. 345-355

Möller, B., *Fuzzy-Modellierung in der Baustatik*, Bauingenieur 72(2), 1997, S. 75-84

Möller, B.; Beer, M., *Safety Assessment using Fuzzy Theory*, Proceedings of the 1998 International Computing Congress in Civil Engineering, ASCE, Annual Convention, Boston, 1998, S. 756-759

Möller, B.; Beer, M.; Graf, W.; Schneider, R., *Fuzzy-Methoden zur Beurteilung der Sicherheit von Stahlbetontragwerken*, Berichte Baustatik-Baupraxis 7, Tagung RWTH Aachen, A.A. Balkema, Rotterdam, Brookfield, 1999, S. 229-236

Möller, B.; Beer, M.; Graf, W.; Schneider, R.; Stransky, W., *Zur Beurteilung der Sicherheitsaussage stochastischer Methoden*, 2. Dresdner Baustatik-Seminar, TU Dresden, Lehrstuhl für Statik, 1998, S. 19-41

Möller, B.; Graf, W.; Beer, M., *Fuzzy-Tragwerksanalyse - Tragwerksanalyse mit unscharfen Parametern*, Bauingenieur 75(9), 2000

Möller, B.; Graf, W.; Hoffmann, A.; Beer, M., *Fuzzy-Modelle zur Sicherheitsbeurteilung von Stahlbetontragwerken*, Forschungsbericht, TU Dresden, Lehrstuhl für Statik, 1999

Möller, B.; Graf, W.; Schneider, R., *Determination of the failure probability with implicite limit state function*, in: Wunderlich, W.; Stein, E. (Eds.), European Conference on Computational Mechanics TU München, 1999, Doc. 331, S. 1-20

Puri, M.L.; Ralescu, D., *Fuzzy random variables*, J. Math. Anal. Appl. 114, 1986, S. 409-422

Zadeh, L.A., *Fuzzy Sets*, Information and Control 8, 1965, S. 338-353

Simulation des Bruchverhaltens von Geomaterialien mit diskreten Berechnungsmodellen

Gian Antonio D'Addetta
Institut für Baustatik
Universität Stuttgart, Germany
e–mail: gad@statik.uni-stuttgart.de

KURZFASSUNG

Zusammenfassung Zur Simulation des Bruchverhaltens von Geomaterialien wird ein diskretes Partikelmodell vorgestellt, mit dem eine Beschreibung des inhomogenen Materialverhaltens bis hin zur kompletten Fragmentation möglich ist. Nach der Vorstellung der theoretischen Grundlagen des Modells wird an Beispielen die Qualität der Methode aufgezeigt.

Die inhomogene Mikrostruktur von Geomaterialien, wie Betone, Keramiken oder kohäsive Böden, bewirkt ein anisotropes Materialversagen, das durch unterschiedliche Versagensmuster in verschiedenartigen Belastungssituationen geprägt ist. Diese Materialien weisen häufig ein quasi–sprödes Verhalten auf, wobei das endgültige Versagen typischerweise durch eine Verformungslokalisierung in einem eng begrenzten Volumen eingeleitet wird. Grundsätzlich können kontinuierliche Simulationsmodelle aufgrund ihrer theoretischen Basis nicht die diskrete Natur des Materialversagens auf eine natürliche Weise beschreiben. Zur Beschreibung des Bruchverhaltens eignen sich diskrete Modelle, wie Partikel-, Stabwerks- oder granulardynamische Modelle besonders gut.

Basierend auf der diskreten Elemente Methode (DEM) wird ein Konzept vorgestellt, mit dem eine Versagensbeschreibung bis hin zur kompletten Disintegration einer getesteten Probe möglich ist. Die geschichtliche Entwicklung dieser Methode geht auf Modellbildungen aus der Physik zurück, wo die Methode der Molekulardynamik schon in den 1950er Jahren angewandt wurde. *Cundall* führte diese Methode als Spezialfall einer zeitschrittgesteuerten Simulationstechnik mit Namen diskrete Elemente Methode (DEM) in den 1970er Jahren in das Ingenieurwesen ein [1]. Die Methode wurde hauptsächlich in der Geotechnik zur Versagensvorhersage kleiner begrenzter Proben aus Sand und anderen kohäsionslosen Geomaterialien verwandt. Das Anwendungsgebiet der DEM wurde in den 1990er Jahren unter anderem auf die konstitutive Beschreibung nicht–kohäsiver wie auch kohäsiver Materialien ausgedehnt.

Im vorliegenden Modell werden Reibungsmaterialien als kohäsives Korngerüst abgebildet, wobei polygonale Partikelelemente durch Balken miteinander verbunden werden. Hiermit kann eine versagensinduzierte Anisotropie in einer direkten, unverschmierten Form dargestellt werden [2]. Das tatsächliche Kontaktverhalten der Partikel innerhalb des dynamischen Berechnungsschemas wird durch eine von der Überlappungsfläche abhängige Rückstoßkraft approximiert. Die Verformungen der überlagerten Balken hängen von den Positionen bzw. Verschiebungen der Partikel ab. Die Lösung der *Newton*schen Bewegungsgleichung für jedes einzelne Partikel mit den entsprechenden Kraftanteilen aus Partikelkontakt und Balkenverformung erfolgt mit einem expliziten *Gear*-Prädiktor-Korrektor Lösungsalgorithmus. Ein lokales „mikroskopisches" Versagenskriterium regelt in Abhängigkeit der Dehnung und Biegung der Balken, welche Balkenverbindungen aus dem Modell entfernt werden, und beeinflußt somit maßgebend das „makroskopische" Bruchverhalten.

Ein Vergleich der Simulationsergebnisse typischer Belastungsvorgänge, wie einaxialem Zug und Druck oder einfacher Scherung, mit aus der Literatur entnommenen Experimenten zeigt die Vorteile dieses Modells gegenüber verschmierten Kontinuumsmodellen bezüglich der qualitativen Abbildung der Versagensphänomene auf [3], [4]. Erwartete „makroskopische" Versagensmuster können in zufriedenstellender Weise reproduziert werden. Besonders eindrucksvoll ist hierbei die sehr gute qualitative Übereinstimmung der „mikro-" bzw. „makroskopischen" Bruchentwicklung der einaxialen Druckversuche mit unterschiedlichen Randbedingungen. Im Fall einaxialen Druckes resultiert ein kontinuierlicher Übergang von einem kontinuumsähnlichen, rißlosen Zustand, in dem die Balkenverbindungen die maßgebende Rolle spielen, zu einem diskontinuierlichen Zustand, in dem die Partikelkontakte die tragende Rolle übernehmen. Die Materialentfestigung resultiert dabei auf natürliche Weise aus dem fortschreitenden Balkenversagen. Weiterhin wird eine polare Darstellung der „mikroskopischen" Bruchereignisse zum besseren Verständnis der „makroskopisch" sichtbaren Versagensentwicklung herangezogen [5]. Damit können Parallelen zu 2- oder 4-stufigen Schädigungstensoren aus kontinuumsbasierten Anwendungen gezogen werden. Die Ergebnisse aus einaxialen Zugversuchen zeigen sehr deutlich, daß der „makroskopische" Versagensmechanismus im Vergleich zu den Ergebnissen des einaxialen Druckversuches wesentlich stärker von den Eigenschaften der Balkenelemneten abhängt als von denen der Partikel. Beim Schubversuch erhält man ähnlich wie beim Druckversuch eine Versagenszone mit einer begrenzten Dicke.

Im Gegensatz zur hervorragenden Wiedergabe der Bruchvorgänge ist die Quantifizierung der Ergebnisse noch unbefriedigend gelöst. So ist die Identifikation der Materialparameter realer Werkstoffe innerhalb dieses diskreten, kombinierten Balken-Partikel-Modells eine wichtige Aufgabe der Zukunft.

REFERENCES

[1] P.A. Cundall and O.D.L. Strack, *A discrete numerical model for granular assemblages,* Géotechnique, **29**, (1979), 47-65.

[2] F. Kun and H.J. Herrmann, *A study of fragmentation processes using a discrete element method.* Comp. Meth. Appl. Mech. Eng., **7**, (1996), 3-18.

[3] G.A. D'Addetta, E. Kuhl, F. Kun and E. Ramm, *Micromechanical modelling of "concrete" cracking,* In: W. Wunderlich (ed.), *Solids, structures and coupled problems in engineering - Proceedings of ECCM I,* Munich, Germany, (1999).

[4] F. Kun, G.A. D'Addetta, H.J. Herrmann and E. Ramm, *Two-dimensional dynamic simulation of fracture and fragmentation of solids,* Comp. Assist. Mech. Engng. Sci., **6**, (1999), 385-402.

[5] G.A. D'Addetta, F. Kun and E. Ramm, *Application of a discrete model to the fracture process of cohesive frictional materials,* Int. J. Fract., submitted for publication, (2000).

Non-linear Seismic Uplift Analysis of a Water Storage Tank Adjacent to the San Andreas Fault

P. B. Summers[(1)], P. Jacob[(1)], A. Nisar[(2)] and A. Dorfmann[(3)*]

SUMMARY

Abstract The dynamic response of unanchored flat bottom above grade liquid storage tanks during past earthquakes reveals a complex highly nonlinear interactive behavior of tank steelwork and fluid contents. To get a detailed understanding of these interactions, explicit numerical analysis routines are selected. The theoretical foundation of the fluid idealization in this study is based on the initial work by Housner, [1,2] and currently included in API 650, Appendix E, [3]. Therein, a portion of the liquid is assumed to act impulsively with the tank structure and the remainder of the liquid is assumed to slosh back and forth producing convective forces.
An acceleration time history is applied to the tank base representing seismic loading and non-linear analyses are performed to evaluate the structural vulnerability of a water storage tank adjacent to the San Andreas Fault, South San Francisco. The results obtained indicate that the tank response is dominated during seismic loading by bottom plate bending and a maximum tank uplift of 5–8 cm. The short duration impulse load as the tank base impacts on the rigid surface results in low cycle fatigue due to the bending behavior of the bottom plate, during which it comfortably absorbs the levels of induced plasticity.

The basic geometric dimensions of the storage tank are 22.9 m in diameter by a maximum of 16.2 m wall height with a 5700 m^3 capacity. The bottom plate thickness is 6.35 mm; the thickness of the wall reduces from 17.5 mm at the base to 8 mm at the top. The roof structure is supported by a number of beams, has an inclination of 3.5° and a plate thickness of 4.8 mm. The water level in the tank is located at 15.7 m. The tank was constructed in the 1960's.

Horizontal acceleration time histories are applied to the base nodes in the model in one direction only. Thus, symmetry conditions apply and only half of the initial structure needs to be analyzed. Shell elements are used throughout the tank structure, with an increased mesh density to capture localized deformation at the region of impact, see Figure 1. Further, a series of beam elements are used to stiffen and stabilize the large roof span and thus prevent unwanted numerical instabilities. In the model, a rigid surface is used to represent the foundation which constrains movement of the tank base in the negative direction, but allows uplift to occur under the action of seismic loads. The tank bottom plate, wall courses and roof are assigned standard steel properties and a yield strength of 248 MPa. Finally, since the true work hardening characteristics of the steel could not be measured, an elastic perfectly plastic response is selected for the tank.

Following Housner's approach, the tank contents are modeled in two parts to capture the fluid response. A portion of the liquid is assumed to act impulsively with the tank structure and the remainder of the liquid is assumed to slosh back and forth producing convective forces. The relative size of the impulsive and convective portions of the liquid is a function of the nominal tank diameter to the maximum liquid level (D/H) as specified in [3]. The impulsive fluid mass, W_1, associated with the lower fluid section is included as added mass on tank wall elements. The upper convective fluid component, W_2, is represented by a spring mass system at the

theoretical height at which it acts, see Figure 1. The natural period of the sloshing mode is again dependent of the ratio D/H and of the nominal tank diameter D. The period of the first sloshing mode may be determined as $T = k(D^{0.5})$, where the factor k depends from the ratio D/H. No attempt is made to model fluid damping. In addition to the hydrodynamic loads, the fluid hydrostatic stress state due to gravity is applied as a linearly varying pressure distribution on the inner surface of the tank walls and as a uniform pressure on the base. Following static stress initialization based on this hydrostatic stress state, an acceleration time history is applied to each node on the tank base to represent seismic loading.

The tank response to the seismic input consists in a rocking like motion characterized by base uplift of up to 8 cm. It is observed that the total normal reaction force between the tank base and rigid surface is characterized by two phases, a longer duration offloading where the normal force is less than the dead load and short duration impulse as the tank base impacts on the rigid surface. The maximum recorded peak impact load is found to be approximately twice the dead load. Finally, the input ground acceleration and the response of the convective fluid mass is shown in Figure 2. It is noted that the convective portion of the fluid is characterized by a near sinusoidal slow period response and is de-coupled from the seismic input motion.

The accumulated damage in the tank structure is localized in the bottom plate due to bending deformation generated by the uplift motion, and then in the shell courses due to local bending and compression. The amount of plastic strain of 9% accumulated in the bottom plate is high, but not excessive when compared to the material failure strain. Based on the Coffin-Manson Law and assuming low cycle fatigue, the life cycles for 9% plastic strain is 817 cycles to failure. Assuming that the structure is subjected to 50 cycles during a single seismic event (a conservative assumption), then the bottom plate has still an appreciable damage capacity following this earthquake loading. Finally, bending of the shell occurs at its upper levels due to the imposition of convective fluid loads. The plasticity generated by the convective fluid loading can be considered as a numerical effect caused by the idealization method. In practice, this load would be distributed over the larger section and hence no localized damage would occur. Consequently, this does not affect results for the critical area of the tank structure which is located at the intersection of the shell and bottom plate.

REFERENCES

[1] G.W. Housner, *Dynamic Pressures on Accelerated Fluid Containers,* BSSA, Vol. 47, Jan. 1957, pp.15-35.

[2] G.W. Housner, *Dynamic Pressure on Fluid Containers*, Technical Information (TID) Document 7024, Cahpter 6, and Appendix F, U.S. Atomic Energy Commission, 1963.

[3] API, American Petroleum Institute, *Welded Steel Storage Tanks for Oil Storage,* API 650, Ninth Edition, July 1993.

[4] LS-DYNA, Version 940. Livermore Software Technology Corporation, 1988.

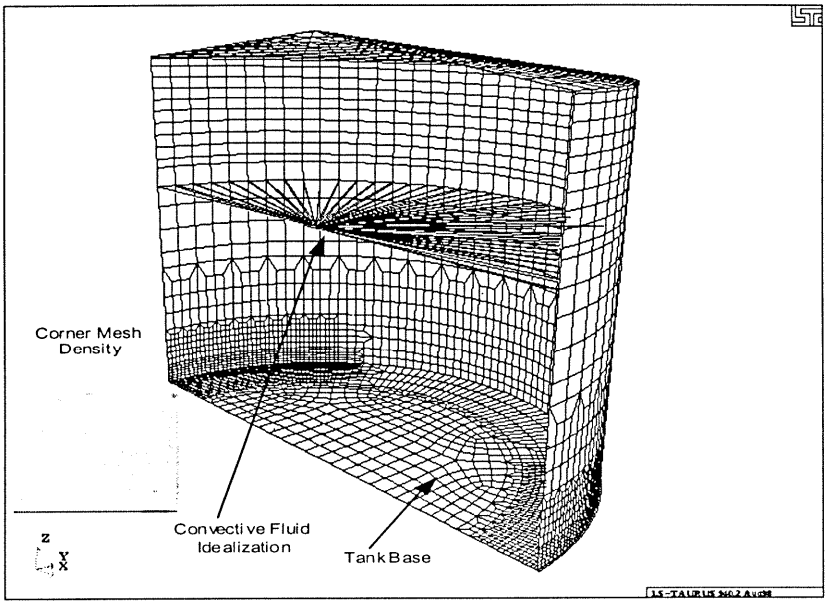


Figure 1: Structural Model and Convective Fluid Idealization.

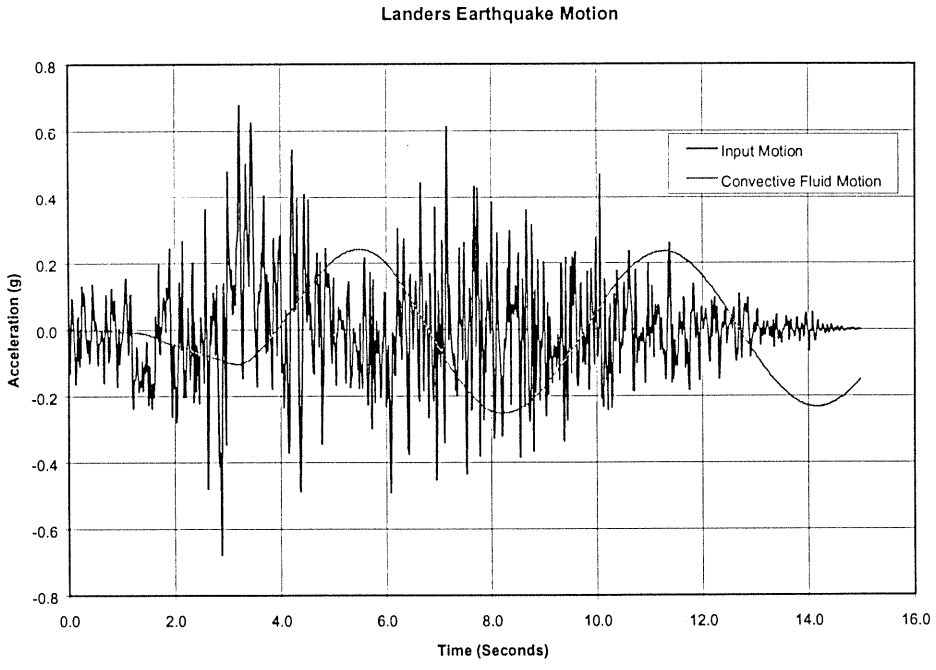


Figure 2: Acceleration Time History of Seismic Input and Convective Fluid Motion.

Modellierung der Veränderung der dynamischen und statischen Eigenschaften geschädigter Stahlbetonbalken mit der Stochastischen Finite Element Methode

Matthias Ebert*, Christian Bucher

Institut für Strukturmechanik
Bauhaus- Universität Weimar
E-Mail: matthias.ebert@bauing.uni-weimar.de christian.bucher@bauing.uni-weimar.de,

KURZFASSUNG

Zusammenfassung Im Vortrag wird der Zusammenhang zwischen Schädigung und der Veränderung statischer und insbesondere dynamischer Eigenschaften von Stahlbetonstrukturen untersucht. In diesem Kontext wurden Lastversuche an Stahlbetonbalken durchgeführt. Mit Hilfe eines Stochastischen Finiten Element Modelles werden die experimentellen Ergebnisse nachgerechnet. Das Modell verwendet korrelierte Zufallsfelder, um stochastische Materialparameter zu berücksichtigen. Für die Berechnungen vieler Realisationen der Struktur und ihrer stochastischen Schädigungsentwicklung wird als Monte Carlo Methode Latin Hypercube Sampling verwendet.

Dynamische Untersuchungen als zerstörungsfreie Methode zur Einschätzung von Strukturveränderungen und Schädigungsgraden stoßen zunehmend auf Interesse. Dynamische Untersuchungsmethoden sind im allgemeinen unabhängig von der Art des Baumaterials, sehr schnell durchzuführen und mit relativ niedrigen Kosten verbunden. Ausgangspunkt dynamischer Untersuchungen ist der Zusammenhang zwischen dem Anwachsen von Deteriorationen und Schädigungen in einer Konstruktion und Veränderungen in den modalen Eigenschaften wie den Eigenfrequenzen, Eigenformen und Dämpfungen. Beispiele für Studien zu dieser Beziehung sind die Arbeiten über Stahlbetonbalken von Dieterle & Bachmann; 1979, Eccles et al.; 1999 und De Roeck et al.; 1999. In Krätzig & Noh, 1998 werden als nichtlineare Schädigungsindikatoren neben den Eigenwerten der tangentiellen Steifigkeitsmatrix die Lösungen des dynamischen Eigenwertproblems als nichtlineare Schädigungsindikatoren vorgeschlagen.

Die derzeitigen Forschungen stellen sich zum Ziel, den Verlauf der Veränderung modaler Eigenschaften unter Berücksichtigung stochastischer Materialeigenschaften numerisch, gestützt auf experimentelle Ergebnisse, zu untersuchen. Die dynamischen Eigenschaften sind nicht nur eine Funktion des Schädigungszustandes einer Struktur, sondern auch der räumlich zufällig variierenden, weitestgehend zeitunabhängigen Material- und Festigkeitsparameter. Beispiele dafür sind der Elastizitätsmodul oder die Festigkeiten des Betons. Deshalb wird es zum Verstehen und Einschätzen des aktuellen Schädigungszustandes unumgänglich, die Einflüsse der zufälligen Eigenschaften und die Möglichkeit deren Trennung von Schädigungen zu untersuchen.

In diesem Kontext wurden statische Vierpunkt- Biegeversuche mit begleitenden dynamischen Messungen an drei Stahlbetonbalken von 2.1 m Länge durchgeführt. Die Veränderung modaler Eigenschaften, insbesondere der Eigenfrequenzen des Balkens wurden nach jeder, jeweils höherliegenden Laststufe ermittelt. Die Struktur zeigte ein hysteretische Schädigungverhalten in den statischen Parametern und das Absinken der Eigenfrequenzen. Über definierte Steifigkeitsverlustfaktoren werden die statisch und dynamisch messbaren Schädigungsprozesse verglichen. Es zeigt sich, dass die Steifigkeitsverluste der gerissenen Struktur, ermittelt aus den Eigenfrequenzen, geringer sind. Das deutet auf steifere Struktureigenschaften nach Entlastung hin, die durch Rissschliessung und Prozesse in der zerstörten Verbundzone bedingt sind.

Für die Modellierung des stochastischen Schädigungsverlaufes der Balken wird ein dreidimensionales Stochastisches Finites Element Modell entwickelt, das auf einer diskreten Rissmodellierung basiert. Für Festigkeits- und Materialeigenschaften des FE- Modells werden räumlich korrelierte Zufallsfelder verwendet. Mit verschiedenen Realisationen des Zufallsfeldes wird nun die "Lebensgeschichte" des Balkens wiederholt berechnet und die Ergebnisse aller Realisationen nach jeder Laststufe statistisch ausgewertet. Der Aufwand der Monte Carlo Simulation wird durch den Einsatz von Latin Hypercube Sampling reduziert, das besonders bei Ermittlungen von Varianzen von Strukturantworten mit wenigen Samples und wenigen Zufallsvariablen geeignet ist. Die numerischen Ergebnisse zeigen einen Einfluss der Rissbildung auf die Entwicklung der Schädigung an. Die Varianz der Resultate für die einzelnen Laststufen steigt an, was auf signifikant variierende Strukturzustände hinweist. Die Varianz der höheren Laststufen ist geringer, da hier eine abgeschlossene Rissbildung vorliegt und die Strukturzustände ähnlich sind. Problematisch im Modell sind die niedrigeren Eigenfrequenzen höherer Laststufen des Modelles gegenüber dem Experiment. Auch hier treten bei Entlastung offensichtlich nicht erfasste Phänomene auf. Deren Erfassung ist die Aufgabe laufender Arbeiten.

Das Modell bietet eine sehr gute Möglichkeit, die Entwicklung dynamischer wie statischer Parameter über eine Lastgeschichte zu verfolgen. Durch den Einsatz von Zufallsfeldern ist eine realistische Beschreibung der Materialien gegenüber deterministischen Modellen möglich und die Variabilität realer Schädigungsprozesse abschätzbar. Das Wissen solcher Untersuchungen ist die Basis für die weitere Zukunft von dynamischen Versuchs- und Monitoring- Konzepten und für die Einschätzung ihrer Leistungsfähigkeit für die zerstörungsfreie Bauwerksuntersuchung.

LITERATUR

[1] C. Brenner: *Ein Beitrag zur Zuverlässigkeitsanalyse von Strukturen unter Berücksichtigung von Systemunsicherheiten mit Hilfe der Methode der Stochastischen Finiten Elemente*, Dissertation, Universität Innsbruck, (1995)

[2] G. De Roeck, M. Abdel Wahab, J. Maeck, B. Peeters: *Localisation of damage in reinforced concrete structures by dynamic system identification*, in: Proceedings of the 4th EURODYN`99, Prague, Czech Republic, (1999), Volume 1 pp. 347-355,

[3] R. Dieterle, H. Bachmann: *Versuche über den Einfluß der Rißbildung auf die dynamischen Eigenschaften von Leichtbeton und Betonbalken*, Bericht Institut für Baustatik und Konstruktion Zürich , Basel, Boston, Stuttgart: Birkhäuser, (1979)

[4] M. Ebert, C. Bucher: *SFE- Modellierung dynamischer und statischer Eigenschaften von Stahlbetonbalken bei fortschreitender Schädigung*, in: Proceedings of the 15th IKM, Weimar , Germany, 22-24 th June 2000, on CD, (2000)

[5] B. J. Eccles, J. S: Owen, B. S.Choo, M. A: Woodings, M. A.: *Non-linear vibrations of cracked reinforced concrete beams*, in: Proceedings of the 4 th EURODYN `99, Prague, Czech Republic, (1999), Volume 1 pp. 357-364

[6] W. B. Krätzig, S. Y. Noh: *Über nichtlinear-progressive Schädigungsprozesse von Tragwerken*, Bauingenieur, 73(1998) 267-273

[7] *SLang- the Structural Language Version 4.0*, User's manual, Bauhaus-University Weimar, (2000)

DANKSAGUNG

M. Ebert wird durch das Forschungsprojekt Bu-987/5-1 der Deutschen Forschungsgemeinschaft (DFG) unterstützt, der hiermit herzlich gedankt sei. Die Bereitstellung der Realisationen für das Latin Hypercube Sampling durch D. Novak und W. Lawanwisut von der Technischen Universität Brno, Tschechische Republik wird hoch geschätzt.

Finite-Element-Algorithmen zur Berechnung großer inelastischer Deformationen

B. Eidel
Institut für Statik
Technische Universität Darmstadt, Germany
e–mail: eidel@statik.tu-darmstadt.de

KURZFASSUNG

Zusammenfassung In dieser Arbeit wird eine Finite-Element-Formulierung zur Berechnung großer inelastischer Deformationen für isotropes Material vorgestellt. Die Theorie beruht auf einer multiplikativen Zerlegung des materiellen Deformationsgradienten in einen elastischen und einen inelastischen Teil. Die Implementierung des elastoplastischen 3–D Stoffgesetzes mit isotroper und kinematischer Verfestigung erfolgt in ein Volumen–Schalen–Element.

Das Ziel dieser Arbeit ist die Entwicklung robuster Finite-Element-Algorithmen zur Berechnung von dünnwandigen Bauteilen bei großen inelastischen Deformationen. Aus Sicht der Numerik kann die Berechnung der plastischen Verzerrungsraten als lokales konvexes Optimierungsproblem angesehen werden. Die Formulierung des Prinzips der maximalen plastischen Dissipation führt auf *Return*–Algorithmen.

Konstitutives Modell bei Isotropie:

$$
\begin{aligned}
\mathbf{C} &= \mathbf{F}_p^T \mathbf{C}_e \mathbf{F}_p & \qquad \mathbf{C} &= \mathbf{F}^T \mathbf{F} \\
\boldsymbol{\tau} &= \mathbf{F}_p \mathbf{S} \mathbf{F}_p^T & \qquad \mathbf{C}_e &= \mathbf{F}_e^T \mathbf{F}_e \\
\boldsymbol{\tau} &= p\mathbf{1} + \boldsymbol{\tau}^D & \qquad \mathbf{E}_e &= \frac{1}{2}(\mathbf{C}_e - \mathbf{1}) \\
\boldsymbol{\tau}^D &= 2\mu \mathbf{P}\mathbf{E}_e = \mu \mathbf{P}\mathbf{C}_e & \qquad \mathbf{P} &= \mathbf{I} - \tfrac{1}{3}\mathbf{1} \otimes \mathbf{1} \\
F &= |\boldsymbol{\tau}^D| - \sqrt{\frac{2}{3}} y(\alpha) & \qquad y(\alpha) &= y_0 + \xi\alpha \\
\mathbf{L}_p &= \dot{\mathbf{F}}_p \mathbf{F}_p^{-1} & \qquad det\mathbf{F}_p &= 1 \\
\mathbf{L}_p &= \dot{\lambda} \frac{\partial F}{\partial \boldsymbol{\tau}} & & \\
\dot{\alpha} &= \sqrt{\frac{2}{3}} \dot{\lambda} & & \\
\dot{\lambda} &\geq 0 \qquad F \leq 0 & \qquad \dot{\lambda} F &= 0 \qquad \dot{\lambda}\dot{F} = 0
\end{aligned}
$$

Im Rahmen dieser Verfahren werden die tatsächlichen Spannungen durch eine Projektion der Versuchsspannungen auf den durch die Fließfunktion definierten Rand des elastischen Gebiets ermittelt. Diese Projektion erfolgt in jedem Integrationspunkt des Elements. Die Erweiterung dieses Algorithmus auf große Deformationen gelingt durch eine lokale multiplikative Zerlegung des Deformationsgradienten. Die inkompatible Zwischenkonfiguration wird als spannungsfrei angenommen.
Es wird die in Kirchhoff-Spannungen formulierte v.Mises–Fließbedingung mit linearer isotroper und kinematischer Verfestigung verwendet. Die algorithmischen elastoplastischen Tangentenmoduln, die wie in der linearen Theorie symmetrisch sind, werden angegeben. Die Finite–Element–Implementierung erfolgt in einem Volumen–Schalen–Element, welches auf der Arbeit von Klinkel et al. [2] beruht.

Das Ziel dieser Arbeit ist eine robuste Finite–Element–Formulierung, bei welcher auch in großen Lastschritten quadratische Konvergenz gewährleistet ist. Hierfür werden die Ausdrücke des Prinzips der virtuellen Arbeit in konsistenter Weise linearisiert.

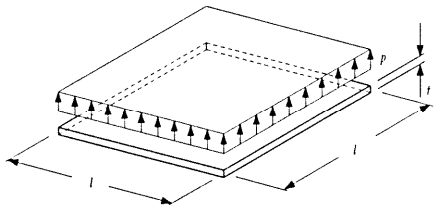
Beispiel: Gelenkig gelagerte Platte

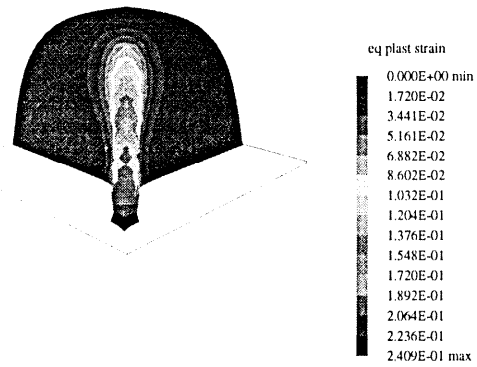
Geometrische Daten:

$$l = 508 \quad mm$$
$$t = 2.54 \quad mm$$
$$p = \lambda \cdot 0.01 \quad N/mm^2$$

Elastisch ideal–plastisches Materialverhalten:

$$E = 69000 \quad N/mm^2$$
$$\nu = 0.3$$
$$y_0 = 248 \quad N/mm^2$$





LITERATUR

[1] Simo, J.C. and Hughes, T.J.R, *Computational Inelasticity*, Springer, (1997).

[2] Klinkel, S., Gruttmann, F., Wagner, W. *A Continuum Based Three-Dimensional Shell Element for Laminated Structures*, Comp. & Struct. 71, (1999),43-62

Im Rahmen dieser Verfahren werden die tatsächlichen Spannungen durch eine Projektion der Versuchsspannungen auf den durch die Fließfunktion definierten Rand des elastischen Gebiets ermittelt. Diese Projektion erfolgt in jedem Integrationspunkt des Elements. Die Erweiterung dieses Algorithmus auf große Deformationen gelingt durch eine lokale multiplikative Zerlegung des Deformationsgradienten. Die inkompatible Zwischenkonfiguration wird als spannungsfrei angenommen.
Es wird die in Kirchhoff-Spannungen formulierte v.Mises–Fließbedingung mit linearer isotroper und kinematischer Verfestigung verwendet. Die algorithmischen elastoplastischen Tangentenmoduln, die wie in der linearen Theorie symmetrisch sind, werden angegeben. Die Finite–Element–Implementierung erfolgt in einem Volumen–Schalen–Element, welches auf der Arbeit von Klinkel et al. [2] beruht.

Das Ziel dieser Arbeit ist eine robuste Finite–Element–Formulierung, bei welcher auch in großen Lastschritten quadratische Konvergenz gewährleistet ist. Hierfür werden die Ausdrücke des Prinzips der virtuellen Arbeit in konsistenter Weise linearisiert.

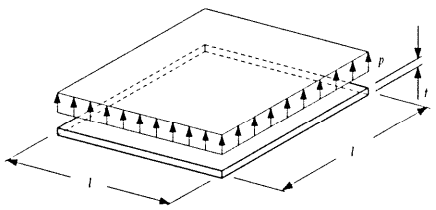
Beispiel: Gelenkig gelagerte Platte

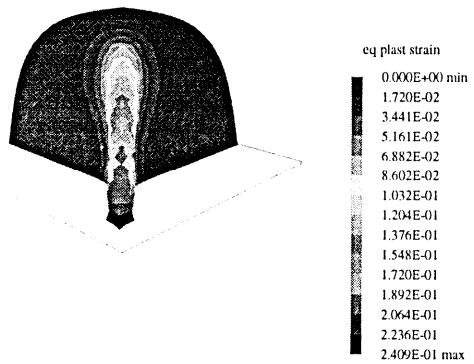
Geometrische Daten:

$$l = 508 \quad mm$$
$$t = 2.54 \quad mm$$
$$p = \lambda \cdot 0.01 \quad N/mm^2$$

Elastisch ideal–plastisches Materialverhalten:

$$E = 69000 \quad N/mm^2$$
$$\nu = 0.3$$
$$y_0 = 248 \quad N/mm^2$$





LITERATUR

[1] Simo, J.C. and Hughes, T.J.R, *Computational Inelasticity,* Springer, (1997).

[2] Klinkel, S., Gruttmann, F., Wagner, W. *A Continuum Based Three-Dimensional Shell Element for Laminated Structures*, Comp. & Struct. 71, (1999),43-62

Modellierung von progressiven Schädigungsprozessen im Stahlbeton unter dynamischen Einwirkungen

Andrej N. Golowin
Fachgebiet Statik der Baukonstruktionen
Technische Universität Berlin, Germany
e–mail: andrej.golowin@tu-berlin.de

KURZFASSUNG

Zusammenfassung
In diesem Beitrag wird ein zeitabhängiges Plastizitäts- Schädigungsmodell für Beton vorgestellt, das die wesentlichen Betoneigenschaften wie das kontraktant-dilatante Verhalten in der Druckzone, die anisotrope Rißbildung in der Zugzone und die Abhängigkeit des Tragverhaltens von der Belastungsgeschwindigkeit wirklichkeitsnah erfaßt. Bei der Modellierung des instabilen Materialverhaltens, das durch die Lokalisierungsphänomene und die nichtassoziierte Fließregel gekennzeichnet ist, weist die zeitabhängige Formulierung erhebliche Vorteile gegenüber der spontanen Inelastizität auf. Die numerische Umsetzung erfolgt im Rahmen einer gemischt-hybriden FE-Methode. Die Anwendbarkeit des entwickelten Konzepts für dynamischen Berechnungen wird anhand von zwei Testbeispielen untersucht.

Durch die Zulassung der nichtlinearen Methoden zur Bemessung von Stahlbetonkonstruktionen durch EUROCODE 2 ist ein Impuls zur Entwicklung und Anwendung neuer physikalisch nichtlinearer Modelle im Stahlbetonbau gegeben. Die Berücksichtigung der inelastischen Reserven des Materials ist besonders bei dynamischen Beanspruchungen relevant, und die Abhängigkeit des Tragverhaltens von der Dehnungsgeschwindigkeit spielt dabei eine wichtige Rolle. Experimentelle Untersuchungen zeigen, daß bei schnellen Einwirkungen z. B. Stoß, Explosion oder Erdbeben die Druckfestigkeit des Betons bis ca. 35% und die Zugfestigkeit bis ca. 50% zunehmen kann. Für dynamische Berechnungen von Stahlbetonkonstruktionen haben sich in der Vergangenheit die viskoplastischen Modelle bewährt, wobei die Rißbildung in der Zugzone mit den verschmierten Rißmodellen erfaßt wurde.

In diesem Beitrag wird ein Überspannungskonzept vorgestellt, das die zeitabhängige kontinuierliche Schädigung des Materials berücksichtigt. Die Modellierung der Plastizität und Schädigung erfolgt im Rahmen der Kontinuumsmechanik und Thermodynamik der irreversiblen Prozesse. Die Aufteilung des inelastischen Geschwindigkeitstensors in einen duktilen und einen spröden Anteil wird durch die Einführung von zwei Zwischenkonfigurationen bei der multiplikativen Zerlegung des Deformationsgradienten erreicht. Die Energiedissipationsgleichung stellt eine universelle thermodynamische Grundlage für gekoppelte Plastizitäts-Schädigungsprobleme dar, die mit Hilfe von inneren Variablen modelliert werden. Die allgemeine Formulierung des Überspannungskonzepts für duktil-spröde Materialien schließt die Definition der Fließfläche, des inelastischen Potentials, der Überspannungsfunktion und der Verfestigungsregel ein. Die Vorteile dieses Konzepts gegenüber den zeitunabhängigen Modellen werden bei der numerischen Simulation des instabilen Werkstoffverhaltens, das durch die nichtassoziierte Fließregel und Lokalisierungsphänomene gekennzeichnet ist, deutlich.

Stahl und Beton werden als unabhängige Komponenten modelliert, wobei die Verbundwirkung auf der Betonseite berücksichtigt wird. Den Schwerpunkt stellt die Modellierung

des duktil-spröden Betonverhaltens dar. Die Bestimmungsgleichungen für die Druck- und Zugzone werden getrennt aufgestellt. Zur Entwicklung der inelastischen Verzerrungen wird ein inelastisches Potential definiert, das sich aus einem plastischen und einem Schädigungspotential zusammensetzt. Alle inelastischen Vorgänge (Fließen und Abminderung der elastischen Steifigkeit) sind von einer Überspannung abhängig. Sie ist als Differenz zwischen Vorlastpunkt (Einwirkung) und inelastischer Grenzfläche (Material) definiert. Um das kontraktante und dilatante Volumenverhalten von Beton in der Druckzone zu beschreiben, wird eine nichtassoziierte Fließregel verwendet. Im Druckbereich wird das isotrope Verhalten mit den gleichen Richtungen für plastische- und Schädigungsverzerrungen angenommen. Dagegen wird das Schädigungspotential in der Zugzone als Kombination der Hauptspannungen aufgebaut und berücksichtigt damit die anisotrope Rißentwicklung. Zwischen Zug- und Druckbereichen ist ein stetiger Übergang vorhanden, der durch die spektrale Zerlegung des Spannungstensors und die Berechnung der Zug-Druck-Wichtungsfaktoren definiert ist. Die vorgestellte Konstruktion des inelastischen Potentials berücksichtigt das Schließen der Risse bei der Umkehrung der Belastung. Die Parameterbestimmung für die einaxialen Druck- und Zugkurven wird schrittweise durchgeführt, wobei auf die Entfestigungsgesetze für die Zugzone näher eingegangen wird. Die Wahl der Üeberspannungsfunktion spielt bei den dynamischen Berechnungen mit hohen Geschwindigkeiten eine zentrale Rolle. Hier wird eine wirklichkeitsnahe Beschreibung durch die Einführung des geschwindigkeitsabhängigen Viskositätsparameter in das klassische Perzyna-Modell erreicht. Die Untersuchung der zweiaxialen Spannungszustände hat ergeben, daß eine Modifikation der Fließregel für mehraxiale Zustände zweckmäßig ist. Das Materialverhalten von Bewehrungsstahl wird auf der Grundlage der Viskoplastizitätstheorie modelliert.

Die numerische Umsetzung des Modells erfolgt im Rahmen einer symmetrischen gemischthybriden FE-Formulierung mit 8-Knoten Volumenelementen. Die nichtlinearen Berechnungsgleichungen werden in Ratenform aufgestellt und mit einem Zeitschrittverfahren vom Prediktor-Korrektor-Typ integriert. Die Verifizierung des entwickelten Konzepts erfolgt anhand von zwei Beispielen auf Strukturebene. Im ersten Beispiel wird ein Stahlbetonbalken unter Impulsbelastung untersucht. Die Berücksichtigung der Schädigung führt zu einer größeren Schwingungsamplitude und einer größeren Periodenlänge als beim viskoplastischen Modell. Die maximale Durchbiegung ist bei den beiden Modellen gleich und um ca. 25% größer als bei einer linear-elastischen Berechnung. Im zweiten Beispiel wird ein gekerbter Betonbalken unter zyklischer dehngesteuerter Belastung untersucht. Die Berechnungsergebnisse zeigen, daß das Lokalisierungsverhalten des Betons mit dem vorgestellten Modell korrekt erfaßt wird. Die Qualität der numerischen Simulation des zyklischen Betonverhaltens wird im wesentlichen von der Wahl der Verteilungsfunktion zwischen Plastizität und Schädigung beinflußt. Generell ist eine gute Übereinstimmung mit den experimentellen Daten festzustellen, was die Leistungsfähigkeit des entwickelten Modells bestätigt.

REFERENCES

[1] H. Farag, P. Leach,
Material modelling for transient dynamic analysis of reinforced concrete structures,
Int. J. Numer. Meth. Engng., **39**, (1996), 2111–2129.

[2] D. Krajcinovic,
Damage mechanics, North Holland, Amsterdam, (1996).

[3] G. Meschke, R. Lackner, H. Mang,
An anisotropic elasoplastic-damage model for plain concrete,
Int. J. Numer. Meth. Engng., **42**, (1998), 703–727.

Das Gleichgewicht bei den finiten Elementen

Thomas Grätsch
Fachgebiet Baustatik
Universität Gh Kassel, Deutschland
e-mail: graetsch@hrz.uni-kassel.de

KURZFASSUNG

Zusammenfassung. Bei der Computeranalyse von Tragwerken mit Hilfe der Methode der finiten Elemente (FEM) wird der Begriff des Gleichgewichts im unterschiedlichen Sinne verwendet und es ist oftmals nicht eindeutig, was mit diesem Begriff im aktuellen Kontext gemeint ist. Der vorliegende Beitrag greift diese Problematik auf und erläutert, warum eine FE-Lösung das globale Gleichgewicht erfüllt, nicht aber das lokale.

Die Finite-Element-Methode ist ein Näherungsverfahren und daher erscheint es von besonderem Interesse wie es die finiten Elemente mit dem Gleichgewicht halten. Dabei sollen Aussagen wie
1. "Das Gleichgewicht an den Knoten ist erfüllt. (?)"
2. "Das globale Gleichgewicht ist erfüllt."
3. "Das Gleichgewicht im Element ist nicht erfüllt."
4. "Das Gleichgewicht an den Elementrändern ist nicht erfüllt."

näher untersucht werden um das Gleichgewicht der finiten Elemente zu studieren.
Bei vielen Ingenieuren ist das Knotenkraftmodell sehr populär, welches von der Vorstellung ausgeht, daß die Lasten an den Knoten der Struktur in Form von Einzelkräften eingeleitet werden. Die Schwäche dieses Modells liegt in den Knotenkräften, weil es sie im statischen Sinne nicht gibt. Zum einen stellen die 'Knotenlasten' methodisch bedingt lediglich die L_2-Projektionen der tatsächlichen Lasten auf die Knoten dar, womit es sich um *äquivalente* Knotenkräfte als Stellvertreter für die *äußere Arbeit* der Originallasten $\boldsymbol{p}$ handelt. Zum anderen liegen die 'Knotenlasten' gerade bei Flächentragwerken nicht im entsprechenden Dualraum H^{-m} des aktuellen Sobolev-Raumes H^m, sondern meist in einem schlechteren Raum, vgl. [1]. Aus diesen Gründen erscheint die Aussage eins fragwürdig, zumal in der Grundgleichung $\boldsymbol{KU} = \boldsymbol{F}$ Arbeiten kontrolliert werden und nicht Kräfte.
Einen mathematisch und auch statisch korrekten Zugang zum Gleichgewicht der finiten Elemente bietet die Vorstellung vom Finite-Element-Lastfall $\boldsymbol{p}_h$, welcher anstelle des Originallastfalls $\boldsymbol{p}$ vom Programm exakt gelöst wird. Dieser Lastfall wird ermittelt, indem die Spannungen einer FE-Berechnung entsprechend interpretiert und die FE-typischen Sprünge auf den Elementkanten als Resultat eines Angriffs von Kantenlasten gedeutet werden. Aus mathematischer Sicht stellt der FE-Lastfall die elementweise Anwendung des aktuellen Operators auf die FE-Lösung $\boldsymbol{u}_h$ unter Berücksichtigung der Randbedingungen dar.
Die Idee, daß die finiten Elemente anstelle des Originallastfalls in Wirklichkeit einen anderen Lastfall lösen, ist im Grunde nicht neu, vgl. [1], [2]. Neu ist vielmehr die Beobachtung, daß beide Lastfälle in einer bestimmten Beziehung zu einander stehen. Man kann nämlich leicht zeigen, daß

$$(\boldsymbol{p}, \boldsymbol{\phi}_i) = (\boldsymbol{p}_h, \boldsymbol{\phi}_i) \quad \forall\, \boldsymbol{\phi}_i \in V_h \tag{1}$$

gilt, was bedeutet, daß das FE-Programm den FE-Lastfall $\boldsymbol{p}_h$ gerade so einstellt, daß beide Lastfälle einander **arbeitsäquivalent** auf den Wegen aller Testfunktionen $\boldsymbol{\phi}_i$ des aktuel-

len Ansatzraumes V_h sind.
Unter der Aussage zwei versteht man, daß die Addition der FE-Knotenkräfte — einschließlich der Kräfte an den gesperrten Lagerknoten — gerade die Resultierende der Originallasten ergibt. Diese Tatsache, so evident sie doch erscheint, ist nur dann erfüllt, wenn das FE-Netz Starrkörperbewegungen $\boldsymbol{r} = \boldsymbol{\omega}\,\boldsymbol{x} + \boldsymbol{b}$ korrekt darstellen kann, wenn also gilt, daß $\boldsymbol{r} = \sum_i \boldsymbol{u}_i \boldsymbol{\phi}_i$. Diese Forderung wird mit der *Partition of Unity*-Eigenschaft der FEM erfüllt, wonach die Ansatzfunktionen die *Eins* darstellen können müssen, $\sum_i^n \boldsymbol{\phi}_i = \boldsymbol{I}$. Nur dann ist das globale Gleichgewicht eingehalten und die Originallasten $\boldsymbol{p}$ und die äquivalenten Knotenkräfte weisen die gleiche Resultierende auf, $\boldsymbol{R} = \boldsymbol{R}_h$.
Schneidet man einen Patch Ω_p von Elementen aus einer Struktur heraus, so stehen die Orignallasten $\boldsymbol{p}$ nicht mit den Schnittgrößen des Lastfalls $\boldsymbol{p}_h$ im Gleichgewicht. Das intendieren die Aussagen drei und vier. Diese Tatsache verwundert allerdings nicht allzu sehr, da man zwei völlig unterschiedliche Lastfälle 'über Kreuz' miteinander vergleicht. Aber selbst die Resultierenden der beiden Lastgruppen auf dem Patch sind nicht gleich. Der Grund für das verletzte lokale Gleichgewicht ist dabei rein topologischer Natur und liegt darin begründet, daß der Träger der Formfunktionen größer ist als der aktuelle Patch selbst, $\bigcup_i \Omega_i > \Omega_p$, und deshalb zwangsläufig

$$\sum_i u_i \cdot \int_{\Omega_i} (\boldsymbol{p} - \boldsymbol{p}_h) \cdot \boldsymbol{\phi}_i \, d\Omega \neq \int_{\Omega_p} (\boldsymbol{p} - \boldsymbol{p}_h) \cdot \boldsymbol{r} \, d\Omega_p \tag{2}$$

folgt, vgl. [3].
Um das Gleichgewicht der finiten Elemente auf den Punkt zu bringen, könnte man postulieren, daß ein FE-Programm nur einen Fehler begeht: Es ersetzt die Lasten $\boldsymbol{p}$ durch FE-Lasten $\boldsymbol{p}_h$ und alles andere, was danach kommt, ist klassische Baustatik im Sinne des Regelwerkes. Wir sehen auf dem Bildschirm also die *exakten* Schnittgrößen eines völlig anderen Lastfalls.
Will man eine FE-Lösung lokal oder global verbessern, bringt es aufgrund der Galerkin-Orthogonalität nichts, die Fehlerlasten $\boldsymbol{p} - \boldsymbol{p}_h$ auf das Tragwerk aufzubringen, weil diese nur die Triviallösung $\boldsymbol{u}_h = \boldsymbol{0}$ hervorrufen würden. Stattdessen behilft man sich mittels adaptiver Verfahren, bei welchen die gewichteten L_2-Normen der Fehlerlasten direkt als Fehlerindikator zur Netzverfeinerung verwendet werden.
Mit der Interpretation der finiten Elemente als ein Ersatzlastverfahren und der besonderen Eigenschaft der Arbeitsäquivalenz zwischen $\boldsymbol{p}$ und $\boldsymbol{p}_h$ soll insgesamt ein Beitrag zum 'vernünftigen' Umgang mit der FEM in der täglichen Rechenpraxis geleistet werden. Gerade die 'Problemzonen' der FEM wie einspringende Ecken oder Punktlager können mit dieser Vorstellung realitätsnäher behandelt werden, womit dem in neuerer Zeit vorgetragenen Ruf nach einer Qualitätssicherung von Finite-Element-Anwendungen Rechnung getragen werden soll.

LITERATUR

[1] F. Hartmann, *The Mathematical Foundation of Structural Mechanics,* Springer-Verlag, (1985).

[2] E. Rank, A. Roßmann, *Fehlerschätzung und automatische Netzanpassung bei Finite-Element-Berechnungen,* Bauingenieur, **62**, (1987), 449–454.

[3] T. Grätsch, F. Hartmann, *Zum Gleichgewicht bei finiten Elementen,* Bautechnik, **77**, (2000), 30–36.

Ansätze zur realitätsnahen Modellierung von Werkstoffen unter hochdynamischer Belastung

S. Greulich*, N. Gebbeken
Institut für Mechanik und Statik
Universität der Bundeswehr München, Germany
e-mail: norbert.gebbeken@unibw-muenchen.de

KURZFASSUNG

Zusammenfassung Im vorliegenden Beitrag werden unter der Berücksichtigung der phänomenologischen Eigenschaften von Werkstoffen Ansätze zur realitätsnahen Materialmodellierung vorgestellt, wobei hochdynamische Einflüsse zu berücksichtigen sind. Neben dem elastischen wird das inelastische Materialverhalten beschrieben. Kriterien zur Erfassung von Schädigung werden vorgestellt. Die Modellansätze werden für den inhomogenen, kompressiblen, spröden Werkstoff Beton und für den homogenen, quasi inkompressiblen, zähen Werkstoff Stahl näher erläutert.

Hochdynamische Belastungen besitzen die Fähigkeit, innerhalb von Mikrosekunden große Energien freizusetzen. Dabei werden z.B. im Beton hohe Drücke von bis zu 250 Kilobar (zum Vergleich: 1kbar $\hat{=}$ 100 N/mm^2) und Verzerrungsraten von bis zu $10^8 \left[\frac{1}{s}\right]$ erreicht.

Ausgehend von den Erhaltungsgleichungen für Masse, Impuls und Energie wird die Modellbildung vollzogen. Zur Erfüllung dieser Erhaltungsgleichungen wird zusätzlich eine Zustandsgleichung (Equation of State = EoS) benötigt, da drei Gleichungen vier Unbekannte gegenüberstehen. Ihr funktionaler Zusammenhang kann mit Hilfe einer hinreichenden Anzahl von Punkten beschrieben werden, deren Daten nur mit Hilfe von aufwendigen Experimenten zu ermitteln sind. Neben der mathematischen Notwendigkeit bietet die EoS zusätzlich eine konstitutive Beziehung hinsichtlich der Materialbeschreibung.

Des weiteren wird ein Materialgesetz benötigt, das das elastische und inelastische Werkstoffverhalten sowie das Material im geschädigten Zustand beschreibt. Aufgrund der dynamischen Belastung ist die Verzerrungsratenabhängigkeit ein maßgeblicher Baustein bei der Materialmodellierung.

Zur Modellierung des **Betons** eignet sich das am Institut entwickelte makromechanische Betonmodell von GEBBEKEN & RUPPERT [2], welches mehrere Materialmodule vereinigt.

Im elastischen wird das Materialverhalten von Beton nach dem Hookeschen Gesetz für homogene, isotrope Materialien zu Grunde gelegt.

Im Rahmen der Plastizitätstheorie werden die Deviatorspannungen

$$s_{ij} = f\{\varepsilon_{ij}, \dot{\varepsilon}_{ij}, G[\varepsilon_{ij}, s_{ij}(p)], K(p, \rho)\}. \tag{1}$$

benötigt. Sie sind eine Funktion der Verzerrungen, der Verzerrungsraten, des Schubmoduls und des Kompressionsmoduls. Die Moduli G und K sind in weiten Beanspruchungsbereichen nicht mehr Konstante, sondern abhängig vom Beanspruchungszustand.

Die Festigkeitsbeschreibung erfolgt anhand einer modifizierten Fließfläche nach GUO [3]. Für Beton ist die Fließfläche gleich der Bruchfläche. Für hohe hydrostatische Drücke verhält sich Beton duktil und die Form der Bruchfläche gleicht sich dem VON MISES-Zylinder an. Die Betondruckfestigkeit wird in Abhängigkeit der Verzerrungsraten beschrieben.

Da der Beton ein außerordentlich nichtlineares Kompressibilitätsverhalten aufweist, hat entgegen der klassischen Plastizitätstheorie der hydrostatische Spannungszustand einen Einfluß auf das "Fließen" des Materials.

Die Bruchfläche ändert sich in Abhängigkeit von einem globalen Schädigungsparameter, welcher den Grad der Schädigung von 0 (ungeschädigt) bis 1 (geschädigt) beschreibt. Der globale Schädigungsparameter setzt sich aus den Anteilen *Schädigung durch Gestaltänderung* und *Schädigung durch Kompaktion* kumulativ zusammen. Letztere wird mit Hilfe einer porösen EoS beschrieben, welche in der Form einer Druck-Dichte-Beziehung angegeben ist (hydrostatischer Spannungszustand).

Im Betonmodell wird das Sprödbruchversagen unter Zug und Schub abgebildet. Hierzu wird ein Hauptspannungskriterium zu Grunde gelegt, das eine richtungsabhängige Versagensgrenze für die Hauptzugspannung (LAMÉ, RANKINE) zum einen und für die Hauptschubspannung (TRESCA) zum anderen festlegt.

Gegenüber dem Beton ist der **Stahl** ein weitestgehend inkompressibler, homogener Werkstoff. Demnach hat im Sinne der klassischen Plastizitätstheorie der hydrostatische Spannungszustand keinen Einfluß auf das Fließen. Die EoS wird für Metalle üblicherweise in der Form einer linearisierten Schockwellengeschwindigkeit-Partikelgeschwindigkeits-Beziehung angegeben. Die Darstellung der EoS in der Form einer Druck-Dichte-Beziehung ist auch möglich, macht aber wenig Sinn, da der Stahl kein nichtlineares Druck-Dichte-Verhalten hat.

Im elastischen gilt wie für den Beton das Hookesche Materialgesetz. Die inelastische Beschreibung für den Stahl erfolgt mit einer modular aufgebauten VON MISES-Fließfunktion nach JOHNSON & COOK [4]. In der Funktion wird die statische Fließspannung mit den Festigkeitsänderungen bei großen Verzerrungen, hohen Verzerrungsraten und hohen Temperaturen gekoppelt.

Für den Stahl wird ein kumulatives Schädigungsgesetz verwendet, was allein auf der Gestaltänderung HUBER - VON MISES - HENCKY beruht. Die äquivalente Bruchverzerrung ist eine von der aktuellen Verzerrungsrate, der Temperatur, dem Druck und der äquivalenten Spannung abhängige Funktion. Je nach Schädigungsgrad nimmt die aktuelle VON MISES-Fließspannung ab.

Anhand von numerischen Beispielen werden die Materialmodelle vorgestellt.

REFERENCES

[1] D.J. Benson, *Computational Methods in Lagrangian and Eulerian Hydrocodes*, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, **99**, (1992), 235–394.

[2] M. Ruppert, N. Gebbeken, *Material Formulations for Concrete, High Strain-Rates and High Pressures, Elasticity - Plasticity - Damage*, 9th Int. Symposium on Interaction of the Effects of Munitions with Structures, Strausberg, (1999) 397–405.

[3] Z. Guo, Y. Zhou, D. Nechvatal, *Auswertung von Versuchen zur mehrachsigen Betonfestigkeit*, DAfStb Heft 447, (1995), 65–106.

[4] G.R. Johnson, W.H. Cook, *Fracture Characteristics of three Metals subjected to various Strains, Strain-Rates, Temperatures and Pressures*, Engineering Fracture Mechanics, **21**, (1985), 31–48.

Numerische Simulation von gekoppelten Transport- und Reaktionsprozessen in Hausmülldeponien

J. Hanel

Institut für Statik
Technische Universität Braunschweig
E-Mail: statik@tu-bs.de

KURZFASSUNG

Zusammenfassung Für die Untersuchung der Sicherheit von Deponien sind Berechnungsmodelle für die lokale Massenbilanz organischer Stoffe und deren chemisch-biologischen Reaktionen sowie für globale physikalische Transportvorgänge erforderlich. Bei Berechnungen von Stoff- und Temperaturfeldern nach in-Situ- und DSR-Messungen kommen ein adaptives FE-Modell zur Analyse dreidimensionaler Transportprozesse und die Kopplung des Transports mit Modellen für die lokale Massenbilanz und Reaktionskinetik zur Anwendung.

Für die Untersuchung der Sicherheit von Deponien ist die Beschreibung folgender Phänomene erforderlich:

- Aerober und anaerober Abbau organischer Stoffe und deren zeitliche Entwicklung.
- Bilanzierung aller beteiligter Stoffe und der Wärme und deren zeitliche und räumliche Entwicklung.
- Konvektive und Diffusive/Dispersive Transportvorgänge sowie Phasenübergänge.
- Sackungen und Setzungen infolge Stoffumsetzungen und Auflast.

Die Gleichungen für das Transportmodell werden makroskopisch, phänomenologisch formuliert. Die Deponie wird als Kontinuum mit einer festen Phase (Kornmatrix) und mehreren Fluidphasen (Sickerwasser, Deponiegas) betrachtet. Das repräsentative Elementarvolumen (REV) wird als kleinste homogene Modelleinheit betrachtet, die Heterogenität des Kontinuums entsteht durch viele verschiedene REVs. Im Modell abgebildet wird eine Zweiphasenströmung mit konvektivem und diffusivem Transport von Stoffen und Wärme sowie die Berücksichtigung von Phasenübergängen und nichtlinearen Quelltermen.
Die zeitliche Entwicklung der Stoffe und der Wärme wird in Abhängigkeit der makroskopischen Größen Porosität, Sättigung und Stoffkonzentrationen erfaßt. Strömung und konvektiver Transport werden durch die Annahme einer laminaren Strömung Newtonscher Fluide im Porenraum mit dem Darcy-Gesetz modelliert. Ungesättigte Strömungen und Kapillarwirkung werden mit empirischen Modellen in einem erweiterten Darcy-Gesetz berücksichtigt. Diffusiver und dispersiver Transport werden makroskopisch mit dem ersten Fickschen Gesetz beschrieben. Die Reaktionen und Phasenübergänge gehen als Quellen in die Bilanzgleichungen ein. Die Kopplung des Transportmodells erfolgt zunächst mit vereinfachenden Modellen für die Reaktionen [4].

Da die Prozesse von Deponie zu Deponie sehr unterschiedlich verlaufen, werden adaptive Elemente eingesetzt. Das neu entwickelte Element ist so formuliert, daß die Anzahl der Freiwerte, zusammengesetzt aus der Anzahl transportierter Stoffe, der Wärme und abbaubarer fester Stoffe, an die jeweilige Deponiesituation angepasst werden kann. Das stark nichtlineare

Differentialgleichungssystem wird mit der Finite-Element-Methode gelöst [1]. Im Raum werden für die Freiwerte lineare Ansatzfunktionen mit stückweise konstanten Wichtungsfunktionen gewählt. In der Zeit wird implizit nach Euler diskretisiert. Die Koeffizienten der Konvektionsterme werden zur Vermeidung von Oszillationen aus den stromaufwärts gerichteten Knoten ermittelt.

Der aerobe und anaerobe Abbau organischer Substanzen in der Feststoffmatrix wird mit Hilfe von Modellgleichungen beschrieben. Die Beschreibung der zeitlichen Änderung organischer Stoffe basiert auf einer Reaktionskinetik 1. Ordung nach Monod [2]. Die Anwendung der Monod-Kinetik führt zu einer nichtlinearen Differentialgleichung in der Zeit und erfordert die gleich-zeitige Berücksichtigung der verfügbaren Substratmassen, der Population an beteiligten Mikroorganismen und der Kenntnis einer Abbaugeschwindigkeit. Die Reaktionsgeschwindig-keiten sind als Maxima für ideale Verhältnisse angegeben und ändern sich mit den umgebenden Verhältnissen wie Temperatur, pH-Wert u. a. . Die Aufteilung der Eduktmassen in Produkt-massen ist durch die stöchiometrischen Koeffizienten genau festgelegt. Sämtliche Reaktionen können lokal simultan ablaufen, die Änderung der Substrate in der Zeit ist als nichtlineares Differentialgleichungssystem beschreibbar, deren Koeffizienten multiplikativ aus der Matrix der Reaktionsgeschwindigkeiten und der Massenbilanz gebildet werden.

Das Differentialgleichungssystem wird für vorgegebene Anfangszustände mit dem Übertragungsmatrizenverfahren numerisch exakt integriert. Dies ist sowohl für abgeschlossene Systeme als auch für offene Systeme unter Berücksichtigung von Quellen und Senken, deutbar als lokale Transportvorgänge, gelungen.

In der nächsten Arbeitssphase sind die Kopplung von Mechanik, Transport und Reaktion (Entwicklung der mechanischen Eigenschaften und des Porenvolumens [3]) geplant.

LITERATUR

[1] R. Helmig, *Multiphase Flow and Transport Processes in the Subsurface*, Springer, (1997)

[2] A. Haarstrick, L. Ostermann, H. Ahrens, D. Dinkler, D. C. Hempel, *Modelling of the Bio-degradation of Organic Matter in Municipal Landfills*, Waste Mangement and Research 1999 (submitted)

[3] J. Ebers-Ernst, D. Dinkler, *Modelling of Stress-Strain Behaviour of Municipal Solid Waste*, Proc. Eurpean Conference on Computational Mechanics, Munich, Germany 1999

[4] J. Dach, *Zur Deponiegas- und Temperaturentwicklung in Deponien mit Siedlungsabfällen nach mechanisch-biologischer Abfallbehandlung*, Schriftenreihe WAR, TU Darmstadt 1998

Ein Finite-Element-Modell zur Berechnung der Verbundfuge in Verbundbauteilen aus Stahl und Stahlbeton

Dipl.-Ing. B. Hohn, Prof. Dr.-Ing. Dr.-Ing. E.h. H. Rothert
Institut für Statik
Universität Hannover, Germany
e-mail: b.hohn@statik.uni-hannover.de

KURZFASSUNG

Zusammenfassung Bei der Finite-Element-Berechnung von Stahl/Stahlbeton-Verbundbauteilen ist die Modellierung der Verbundfuge eine zentrale Fragestellung. Ziel hierbei ist es, eine möglichst realitätsnahe und effiziente Simulation der Verbundfuge bei geringem numerischen Aufwand zu erreichen. Im Gegensatz zu einer diskreten Modellierung jedes einzelnen Verbindungsmittels wird die nichtlineare Last-Verschiebungs-Charakteristik über die Fläche der Fuge verteilt und durch sogenannte Link-Elemente abgebildet. Diese Link-Elemente werden mit einem elasto-plastischen Materialgesetz auf der Basis des generalisierten Prandtl-Modells kombiniert.

Theorie

Zur Beschreibung der makroskopischen Eigenschaften der Verbindungsmittel wird ein Link-Element eingeführt, das zwischen Stahl und Stahlbeton in das FE-Netz eingebaut wird. Diesen Elementen wird in Fugenlängsrichtung die gleiche Last-Verschiebungs-Charakteristik wie der realen Verbundfuge zugeordnet. Als Ausgangspunkt für das Link-Element dient, wie in Abbildung 1 zu erkennen, ein isoparametrisches Kontinuumselement. Dieses Element besitzt in z-Richtung keine Höhe, und die Knoten der oberen und unteren Schicht werden auf unterschiedliche Weise miteinander gekoppelt.

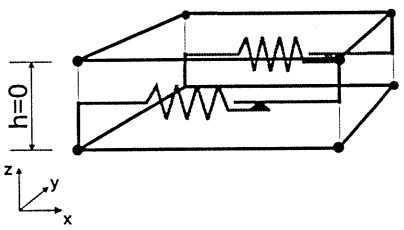


Abbildung 1: Link-Element

In Fugenlängsrichtung werden die Knoten durch ein generalisiertes Prandtl-Modell miteinander verknüpft. Dieses rheologische Modell besteht aus der Parallelschaltung einer elastischen Feder mit beliebig vielen Feder-Reiber-Kombinationen. In der Abbildung 1 ist vereinfachend nur eine Feder-Reiber-Kombination des generalisierten Prandtl-Elementes dargestellt. Mit Hilfe dieses Modells lassen sich verschiedene nichtlineare Kraft-Verschiebungs-Kurven simulieren. Die Freiheitsgrade der übereinander liegenden Knoten des Link-Elements werden in z-Richtung gekoppelt. Diese Vorgehensweise ist zulässig, da die Verschiebungen in Fugenlängsrichtung klein sind. In der y-Richtung (quer zur Fugenlängsrichtung) kann entweder keine Kopplung erfolgen, oder es wird ebenfalls ein generalisiertes Prandtl-Modell verwendet. Dies ist bei einachsiger Biegebeanspruchung jedoch nicht erforderlich.

Die einzelnen Feder-Reiber-Kombinationen des generalisierten Prandtl-Modells besitzen ein linear elastisches, ideal plastisches Materialgesetz. Für die Verwendung im Rahmen

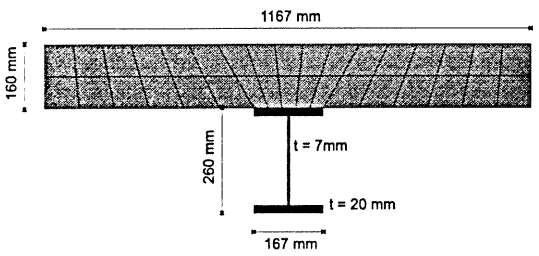


Abbildung 2: Querschnitt Verbundträger

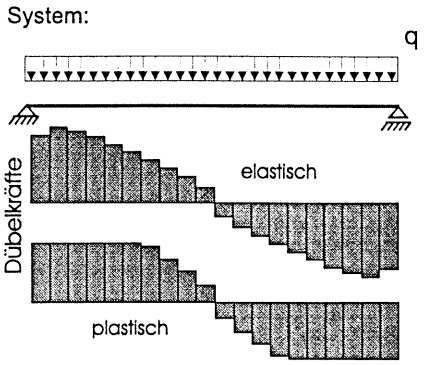


Abbildung 3: Dübelkraftverteilung

einer FE-Berechnug ergeben sich aus der Clausius-Planck-Ungleichung und dem Prinzip der maximalen Dissipation,

$$D^{\mathrm{pl}} = \sigma \cdot \dot{\epsilon} - \dot{\psi} \geq 0 \quad \text{und} \quad D^{\mathrm{pl}}(\sigma) \geq D^{\mathrm{pl}}(\tilde{\sigma}) \quad \forall \quad \tilde{\sigma} \in \text{Fließfläche},$$

die folgenden Modellgleichungen:

$$\epsilon = \epsilon^{\mathrm{el}} + \epsilon^{\mathrm{pl}} \quad ; \quad \psi = \psi(\epsilon^{\mathrm{el}}) \quad ; \quad \phi = \phi(\sigma).$$

$$\sigma = \frac{\partial \psi}{\partial \epsilon^e} \quad ; \quad D^{\mathrm{pl}} = \sigma \cdot \dot{\epsilon}^{\mathrm{pl}} \geq 0 \quad ; \quad \dot{\epsilon}^{\mathrm{pl}} = \lambda \cdot \frac{\partial \phi(\sigma)}{\partial \sigma} \quad ; \quad \phi\lambda = 0,\ \phi \leq 0,\ \lambda \geq 0.$$

Diese Modellgleichungen wurden mit Hilfe eines Prediktor- und Korrektor-Schritt-Verfahrens in das institutseigene FE-Programm ProTech implementiert.

Beispiel

Als Beispiel wird der in Abbildung 2 im Schnitt dargestellte Verbundträger berechnet. Es handelt sich um einen Einfeldträger mit einer gleichmäßigen Streckenlast q. Bei dem FE-Modell kamen 340 Elemente für den Beton und 130 für den Stahlträger zum Einsatz. Die Bewehrung der Stahlbetonplatte wurde mit Hilfe von Rebar-Elementen modelliert. Aufgrund der Symmetriebedingungen des Versuchsaufbaus wurde nur das halbe System diskretisiert und die Ergebnisse entsprechend ergänzt. In Abbildung 3 ist die Verteilung der Dübelkraft über die Fugenlängsrichtung aufgetragen. Das obere Diagramm zeigt eine typische elastische Verteilung. Beim unteren Diagramm ist eine Verteilung dargestellt, bei der die Dübeltragfähigkeit z. T. bereits erreicht ist. Im Auflagerbereich stellt sich ein konstanter Verlauf ein.

LITERATUR

[1] H. Bode, J. Becker, *Physikalisch nichtlineare Berechnung von Stahlverbundträgern mit nachgiebiger Verbundfuge,* Bo 733/7-1, DFG-Forschungsbericht, (1994).

[2] J. Schanzenbach, *Zum Einfluß von Dübelnachgiebigkeit und Unterverdübelung auf das Tragverhalten von Verbunddurchlaufplatten im Hoch- und Industriebau,* Dissertation, Universität Kaiserslautern, (1989).

Analyse von Fluid-Struktur-Wechselwirkungen mit stabilisierten Raum-Zeit-Elementen

B. Hübner*, E. Walhorn

Institut für Statik
Technische Universität Braunschweig
E-mail: statik@tu-bs.de

KURZFASSUNG

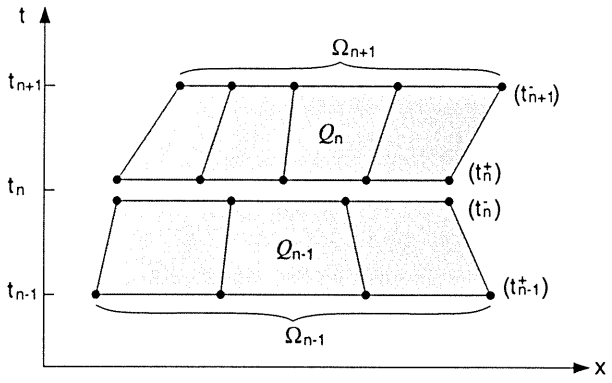
Zusammenfassung Für Aufgaben der Bauwerksaeroelastik wird ein numerisches Verfahren zur Lösung des gekoppelten Systems aus Strukturbewegung und Windströmung entwickelt. Zur Erzielung optimaler Konvergenz bei der Lösung der stark nichtlinearen Aufgabenstellung kommt eine strenge Kopplung mit einheitlicher Raum-Zeit-Diskretisierung von Struktur und Fluid zur Anwendung.

Weitgespannte Seilbrücken oder leichte Dachkonstruktionen können durch Windeinwirkung zu Schwingungen mit erheblichen Amplituden angeregt werden, so daß die Interaktion von Bauwerksschwingung und Windströmung nicht vernachlässigt werden darf [1]. Ziel dieser Arbeit ist die Entwicklung eines numerischen Verfahrens zur Lösung von Fluid-Struktur-Wechselwirkungen bei windangeströmten Bauwerken, um aufwendige Windkanaluntersuchungen einzuschränken. Die elastische Tragstruktur des Bauwerks und das turbulente Strömungsfeld des Windes werden dazu mit einem einheitlichen Finite-Elemente-Modell im Computer abgebildet.

Der natürliche Wind wird als inkompressible reibungsbehaftete Strömung modelliert, die infolge der hohen Reynoldszahlen und des Strömungsabrisses an kantigen Bauwerken starke Turbulenzen aufweist. Die mathematische Beschreibung erfolgt mit den Reynolds-Gleichungen (zeitlich gemittelte Navier-Stokes-Gleichungen) und dem k-ω-Turbulenzmodell nach Wilcox [2]. Der Gleichungssatz für das Strömungsfeld besteht aus den Erhaltungsgleichungen für Masse und Impuls sowie den Transportgleichungen für die turbulente kinetische Energie und die spezifische Dissipationsrate und bildet ein System nichtlinearer partieller Differentialgleichungen.

Die Bauwerksdynamik wird mit der geometrisch nichtlinearen Elastizitätstheorie in total Lagrangescher Formulierung beschrieben. Bei Einschränkung auf lineares Materialverhalten gilt die Formulierung für große Verformungen und kleine Verzerrungen. Der Gleichungssatz für die Strukturdynamik besteht aus Impulserhaltung und Verformungsbedingung, wobei letztere auf Elementebene abgelöst wird, so daß eine gemischt-hybride Formulierung verwendet wird.

Die Diskretisierung beider Felder erfolgt einheitlich mit der zeitdiskontinuierlichen Raum-Zeit Finite-Elemente-Methode [3][4]. Da sich die isoparametrischen Raum-Zeit-Elemente auch in Zeitrichtung verformen können, erlaubt die Methode eine elegante Beschreibung des infolge der Strukturbewegung zeitveränderlichen Strömungsgebiets und entspricht einer ALE-Formulierung. Das Raum-Zeit-Kontinuum wird in eine Folge von Raum-Zeit-Scheiben eingeteilt (siehe Abb.), die nacheinander berechnet werden. Die Zeitintegration mit dem zeitdiskontinuierlichen Galerkin-Verfahren ist unbedingt stabil und bei linearen Ansätzen von 3. Ordnung genau.



Die Galerkin / least-squares Stabilisierung der Raum-Zeit-Elemente verhindert oszillierende Lösungen der hyperbolischen Differentialgleichungen vergleichbar mit einem Upwind-Verfahren. Die Methode liefert stabile Lösungen der Navier-Stokes-Gleichungen für alle Reynolds-Zahlen und ermöglicht die Verwendung von Ansätzen gleicher Ordnung für Druck und Geschwindigkeit, da die Stabilität unabhängig von der Babuška-Brezzi-Bedingung gewährleistet ist.

Die Interaktion zwischen Windströmung und Bauwerk wird durch Übertragung der Strukturbewegung auf den Strömungsrand und durch Projektion der Strömungsrandspannungen auf die Struktur erfaßt. Die Strukturverschiebungen führen zu einer Bewegung des Strömungsnetzes und die Geschwindigkeiten werden direkt auf die Strömung übertragen. Um die Impulserhaltung bei der Projektion der Strömungskräfte zu gewährleisten, werden auf dem Kopplungsrand Freiwerte für die Randspannungen eingeführt. Zur Erzielung optimaler Konvergenz erfolgt der Informationsaustausch zwischen beiden Feldern durch eine strenge Kopplung während der Iteration in einer Raum-Zeit-Scheibe.

Für die Lösung der großen schwachbesetzten Gleichungssysteme wird ein vorkonditionierter BiCGStab-Löser eingesetzt. Die Analyse des gesamten Mehrfeldproblems erfolgt mit einem objektorientierten Programmsystem in dem das gekoppelte FE-Modell abgebildet wird.

LITERATUR

[1] E. Simiu, R. H. Scanlan, *Wind Effects on Structures*, John Wiley & Sons, New York, (1986).

[2] D. C. Wilcox, *Turbulence Modeling for CFD*, DCW Industries, La Cañada, (1993).

[3] T. J. R. Hughes, G. M. Hulbert, *Space-time finite element methods for elastodynamics: Formulations and error estimates*, Comput. Methods Appl. Mech. Engrg. 66, (1988) 339-363.

[4] T. E. Tezduyar, M. Behr, J. Liou, *A new strategy for finite element computations involving moving boundaries and interfaces – The deforming-spatial-domain / space-time procedure: I. The concept and the preliminary numerical tests*, Comput. Methods Appl. Mech. Engrg. 94, (1992) 339-351.

[5] P. Hansbo, *The characteristic streamline diffusion method for the time-dependent incompressible Navier-Stokes equations*, Comput. Methods Appl. Mech. Engrg. 99, (1992) 171-186.

Kostenoptimierung von Stahltragwerken mit Versagenswahrscheinlichkeitsrestriktionen

Arne-R. Jost, Jens Rottschäfer* und Georg Thierauf

Institut für Baumechanik / Baustatik
Universität GH Essen
E-Mail:
arne.jost@uni-essen.de
jens.rottschaefer@uni-essen.de

KURZFASSUNG

Zusammenfassung Der Vortrag stellt ein Konzept zur Kostenoptimierung von Stahltragwerken mittels Simulated Annealing vor, bei der als Nebenbedingung unter anderem die Versagenswahrscheinlichkeit des Tragwerkes berücksichtigt wird.

Schadensfälle im Bauwesen lassen den Schluß zu, daß es keine absolute Sicherheit gegen ein Versagen geben kann. Immer wieder erleiden Bauwerke, die während ihrer Lebensdauer den verschiedensten Beanspruchungen ausgesetzt sind, den Verlust ihrer Gebrauchstauglichkeit oder sogar den Verlust ihrer Tragfähigkeit. Mit Hilfe von statistischen Untersuchungen und deren stochastischen Auswertungen [4] ist es jedoch möglich, in Abhängigkeit der Verteilungsfunktionen von Einwirkungen und Widerständen, eine mathematisch begründete Versagenswahrscheinlichkeit von Tragwerken zu berechnen. Dies gewinnt insbesondere deshalb an Bedeutung, da der Eurocode 1 [1] nun die Möglichkeit eröffnet, eine so berechnete Versagenswahrscheinlichkeit zur Beurteilung der Sicherheit von Tragwerken heranzuziehen. Da ökonomische Gesichtspunkte eine immer größere Rolle einnehmen, stellt eine Kostenoptimierung mittels Simulated Annealing, in die die Versagenswahrscheinlichkeit als Nebenbedingung einfließt, ein interessantes und zuverlässiges Optimierungskonzept dar.

Die verschiedenen Sicherheitskonzepte im Bauwesen berücksichtigen die zufälligen Einflüsse von Einwirkungen und Widerständen auf unterschiedliche Art und Weise. Während deterministische Sicherheitskonzepte diese Einflüsse nur durch einen globalen Sicherheitsbeiwert berücksichtigen, werden bei den in den neueren Bemessungsnormen verwendeten semiprobabilistischen Sicherheitskonzepten Teilsicherheitsbeiwerte verwendet, die die stochastischen Unsicherheiten bei den Einwirkungen und Widerständen erfassen sollen. Differenzierter wird das Problem in den sogenannten probabilistischen Sicherheitskonzepten betrachtet. Hier werden die Größen für Einwirkungen und Widerstände direkt als Zufallsvariablen mit einer bestimmten Verteilung beschrieben. Mit den Mitteln der Wahrscheinlichkeitstheorie kann damit eine konkrete Versagenswahrscheinlichkeit p_f für das Tragwerk ermitteln werden, die dann gegen einen zulässigen Maximalwert nachgewiesen wird [5], [7], [8].

Simulated Annealing ist ein Optimierungskonzept, das seinen Ursprung in der Metallurgie hat. Beim Erstarren von Metallen ordnen sich die Atome in kristallinen Strukturen an. Die optimale Kristallstruktur weist eine fehlerfreie Ordnung auf, die gleichbedeutend mit einem Zustand minimaler Energie ist. Das statistische Gesetz der Thermodynamik, das diesen Abkühlvorgang beschreibt kann analog auf eine globale Optimierung übertragen werden. Die zu minimierende Zielfunktion entspricht der freien Energie E und ein Punkt im Suchraum einer bestimmten Anordnung der Atome. Bei einer zu schnellen Abkühlung haben die Atome nicht die Zeit das globale Minimum zu finden und entsprechend findet der Optimierungsalgorithmus unter Umständen nicht die Möglichkeit sich von einem lokalen Minimum der Zielfunktion zu lösen. Im Ge-

gensatz dazu sollte das Abkühlen auch nicht zu langsam geschehen, da die Optimierung in di esem Fall zu lange dauern würde. Der Algorithmus wurde erstmalig von Metropolis [3] eing esetzt und von Pincus [6] und Kirkpatrick [2] verbessert. Der Vorteil dieses Algorithmus gegenüber anderen Verfahren besteht in der Fähigkeit Verschlechterungen der Zielfunktion mit einer gewissen Wahrscheinlichkeit zu akzeptieren. Diese Akzeptanz wird durch das Metropolis-Kriterium gesteuert und konvergiert mit fortschreitender Optimierungsdauer und gleichzeitiger „Temperaturabnahme" gegen Null.

LITERATUR

[1] DIN V ENV 1991-1, *Grundlagen der Tragwerksplanung und Einwirkungen auf Tragwerke Ausg. 12.1995*, Beuth Verlag

[2] S. Kirkpatrick, C.D. Gerlatt, M.P. Vecchi, *Optimization by Simulated Annealing*, Science, 220, (1983), 671-680.

[3] N. Metropolis, A.W. Rosenbluth, M.N. Rosenbluth, A.H. Teller, E. Teller *Equations of state calculations by fast computing machines*, Journal of Chemical Physics, 21, (1953), 1087-1092.

[4] J.S. Milton, J.C. Arnold, *Introduction to probability and statistics: Principles and applications for engineering and the computing science*, McGraw-Hill, (1995).

[5] B. Möller, et al., *Zur Beurteilung der Sicherheitsaussage stochastischer Methoden*, In 2. Dresdner Baustatik-Seminar, Technische Universität Dresden, (1998).

[6] M. Pincus, *A Monte Carlo Method for the Approximate Solution of Certain Types of Constrained Optimization Problems*, Operations Reseach, 18, (1970), 1225-1228.

[7] R. Rackwitz, *Zuverlässigkeitsbetrachtungen bei Verlust der Dauerhaftigkeit von Bauteilen und Bauwerken*, Fraunhofer-IRB-Verlag, (1999).

[8] G.I. Schuëller, *Einführung in die Sicherheit und Zuverlässigkeit von Tragwerken*, Ernst & Sohn, (1981).

Theorie und Numerik eines Volumen-Schalenelements bei finiten plastischen Verzerrungen

S. Klinkel
Institut für Baustatik
Universität Karlsruhe (TH), Germany
e–mail: Sven.Klinkel@bs.uni-karlsruhe.de

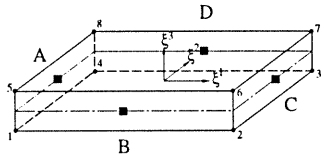
KURZFASSUNG

Zusammenfassung Basierend auf einem Volumenelement wird ein Volumen-Schalenelement hergeleitet. Um das Elementverhalten zu verbessern werden die für Platten- bzw. Schalenelemente entwickelten Modifikationen in das Volumen-Schalenelement implementiert. Zur Bewahrung der Elementmodifikationen wird eine materielle Formulierung finiter J_2-Plastizität verwendet.

In der Strukturmechanik werden zur Finite-Elemente-Berechnung von dünnen Schalenstrukturen effiziente und zuverlässige Element-Formulierungen benötigt. In der Vergangenheit wurden einige Schalen-Formulierungen entwickelt, bei denen die Dickenausdehnung im Variationsprinzip berücksichtigt wurde. Für diese Elemente ist eine Diskretisierung in der Referenzfläche notwendig. Versteifungseffekte, welche bei dreidimensionalen Stoffgesetzen in Verbindung mit den konstanten Dickenverzerrungen auftreten, können durch die *enhanced assumed strain* (EAS)-Methode beseitigt werden, siehe [1].
Für einige Problemstellungen bieten Freiheitsgrade an der Oberfläche der Schalen Vorteile. Daher wird im folgenden ein Volumen-Schalen-Element vorgestellt.

i) Die Element-Formulierung basiert auf einem isoparametrischen 8-Knoten-Volumenelement mit trilinearen Ansatzfunktionen für die Verschiebungsfreiheitsgrade. Folglich gibt es keine Rotationsfreiheitsgrade und damit auch keine komplizierte Aktualisierung des Rotationstensors. Darüberhinaus liefert dieses Element bei einer Verfeinerung in Dickenrichtung eine korrekte Berechnung der Dicken- und der Schubspannungen, was z. B. für eine Delaminationsanalyse von großer Bedeutung ist.

ii) Um Schubversteifungen zu vermindern, wird die von [2] für Plattenelemente eingeführte *assumed natural strain* (ANS)-Interpolation der Schubspannungen benutzt. Die Schubspannungen werden an Stützstellen ausgewertet und über das Element interpoliert. Es werden 4 Stützstellen in der Mittelfläche des Volumen-Schalenelementes definiert.

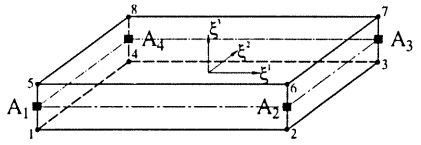


$$\begin{bmatrix} 2E^h_{13} \\ 2E^h_{23} \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} (1-\xi^2)2E^B_{13} & + & (1+\xi^2)2E^D_{13} \\ (1-\xi^1)2E^A_{23} & + & (1+\xi^1)2E^C_{23} \end{bmatrix}$$

Abbildung 1: Interpolation der Schubverzerrungen

Mit diesen Interpolationen wird dem Element eine Richtung vorgegeben, welche bei der Netzgenerierung berücksichtigt werden muß. Desweiteren werden die Dickenverzerrungen mit einer ANS-Interpolation, welche von [3] für eine Schalen-Formulierung vorgeschlagen wurde, approximiert. Diese ist notwendig um parasitäre Dickenverzer-

rungen zu vermeiden. Auch hier wird die Interpolation nur in der Mittelfläche des Volumen-Schalenelementes eingeführt.



$$E_{33}^h = \sum_{L=1}^{4} \frac{1}{4}(1+\xi_L^1\xi^1)(1+\xi_L^2\xi^2)\, E_{33}^L$$
$$L = A_1,\, A_2,\, A_3,\, A_4$$

Abbildung 2: Interpolation der Dickenverzerrungen

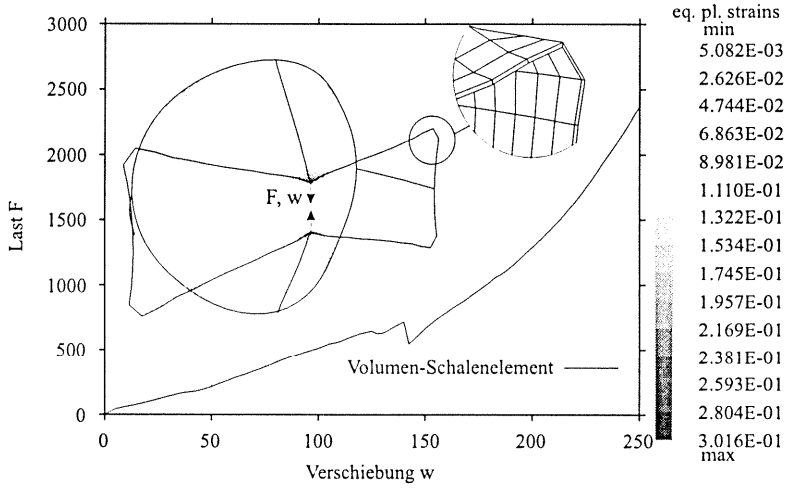
iii) Das Membran- und das Biegeverhalten wird durch die EAS-Methode für den Greenschen Verzerrungstensor verbessert.

Das Kontinuumsmodell der Plastizität für endliche Verzerrungen basiert auf der multiplikativen Zerlegung des Deformationsgradienten in elastische und plastische Anteile, siehe z. B.: [4]. Hier wird eine materielle Formulierung der finiten J_2-Plastizität verwendet. Damit bleiben die speziellen Interpolationen, welche für die Schub- und Dickenverzerrung des Greenschen Verzerrungstensors gemacht wurden, in einfacher Weise erhalten.

Ein Beispiel für finite plastische Verzerrungen ist der Zylinder, welcher mit zwei Einzellasten belastet wird. An der unbelasteten Seite ist er durch eine starre Endscheibe gelagert.

Geometriedaten:
$R = 300$
$L = 600$
$H = 3$

Materialdaten:
$E = 3000$
$\nu = 0,3$
σ_y



LITERATUR

[1] N. Büchter, E. Ramm, D. Roehl, *Three-Dimensional Extension of Nonlinear Shell Formulation Based on the Enhanced Assumed Strain Concept*, Int. J. Num. Meth. Eng., **37**, (1994), 2551–2568.

[2] K.-J. Bathe, E.N. Dvorkin, *A Continuum Mechanics Based Four Node Shell Element for General Nonlinear Analysis*, Eng. Comp., **1**, (1984), 77–88.

[3] P. Betsch, E. Stein, *An Assumed Strain Approach Avoiding Artificial Thickness Straining for a 4-Node Shell Element*, Com. Num. Meth. Eng., **11**, (1995), 899–909.

[4] J.C. Simo, *Algorithms for Static and Dynamic Multiplicative Plasticity that Preserve the Classical Return Mapping Schemes of the Infinitesimal Theory*, Comput. Meth. Appl. Mech. Engrg., **99**, (1992), 61–112.

[5] S. Klinkel, F. Gruttmann, W. Wagner, *A Contiunuum Based Three-Dimensional Shell Element for Laminated Structures*, Comp. & Struct., **71**, (1999), 43–62.

Ein objektorientiertes FE-Programm

Carsten Könke*, Rostislav Chudoba

Lehrstuhl für Baustatik und Baudynamik
Rheinisch-Westfälische Technische Hochschule Aachen
E-Mail: koenke@baustatik.rwth-aachen.de
rch@baustatik.rwth-aachen.de

KURZFASSUNG

Zusammenfassung Der Beitrag beschreibt ein objektorientiertes FE-Programmsystem, welches in den letzten Jahren am Institut für Statik und Dynamik der Ruhr-Universität Bochum und an den Lehrstühlen für Baustatik und Baudynamik sowie Massivbau der RWTH Aachen konzipiert und implementiert wurde. Das Programmsystem zeichnet sich durch seine hohe Modularität und eine effiziente Datenstruktur aus. Gleichzeitig konnten mit dem Entwurf eines algorithmusorientierten Konzepts die Laufzeitnachteile der „klassischen objektorientierten FE-Programme" vermieden werden.

Die in den letzten Jahren im Bereich der ingenieurorientierten Forschung in Deutschland festzustellende Tendenz des Einsatzes kommerzieller Simulationssoftware als Grundlage für Entwicklungsarbeiten beinhaltet eine Reihe gravierender Nachteile. Neben den oftmals nur eingeschränkten Möglichkeiten zum Eingriff in den Quellcode ist der eigene Entwicklungsfortschritt auch immer von der Entwicklungsstrategie des Programmherstellers abhängig.

Zur Programmentwicklung für forschungsorientierte Simulationskonzepte der Strukturmechanik stehen dem entwickelnden Ingenieur auch heute noch keine hinreichend effizienten Softwarewerkzeuge zur Verfügung, mit denen zukünftige Aufgabenstellungen, wie die Implementierung nichtlinearer Werkstoffmodelle, die Integration neuer Elementformulierungen und neuer Algorithmen sowie die Kombination verschiedenartiger Diskretisierungskonzepte – FEM, BEM, netzfreie Methoden – in fehlerkontrollierten, adaptionsfähigen Berechnungsstrategien ausreichend unterstütz werden. Die für hochgradig nichtlineare Simulationen eingesetzten „Multi-Scale-Strategies" benötigen über die objektorientierte Programmstrategie hinaus eine besondere algorithmusorientierte Ausrichtung, um die mangelnde Laufzeiteffizienz der reinen objektorientierten Programme zu überwinden.

Die Simulation vielfältig nichtlinearen Tragverhaltens, vor allem unter dem Aspekt einer „multi-level/multi-scale"-Betrachtung von Tragstrukturen aus neuen Werkstoffen, stellt im konstruktiven Ingenieurbau eine wesentliche Forschungsaufgabe in der nahen Zukunft dar. Vor allem die Simulation von Alterungs- und Schädigungsprozessen sowie die Untersuchung gekoppelter Probleme erfordern neue wissenschaftliche Simulationswerkzeuge, welche die folgenden Anforderungen erfüllen müssen:

- Einfacher Einbau vielfältiger nichtlinearer Werkstoffmodelle unter Berücksichtigung unterschiedlicher Schädigungsphänomene.
- Flexibler Einbau neuer Elementformulierungen, neuer lokaler Integrationskonzepte.
- Integration von Möglichkeiten zur Fehlerkontrolle und adaptiven Anpassung des Berechnungsmodells, bei gleichzeitiger Verwendung heterogener Diskretisierungsmethoden.
- Eröffnung von Möglichkeiten zur mehrmaßstäblichen Betrachtung von Tragstrukturen.

Der Einsatz moderner Ansätze des „Softwareengineering" im Laufe der letzten 15 Jahre, die im wesentlichen auf dem objektorientierten Paradigma basieren, führte zu deutlichen Fortschritten hinsichtlich Flexibilität und Modularität in der Entwicklung neuer Simulationswerkzeuge. Trotz

der, im Vergleich zu den prozeduralen Ansätzen, unbestreitbar erhöhten Flexibilität wurde immer wieder festgestellt, dass in vielen Situationen die erwartete und erwünschte Flexibilität nicht erreicht werden kann [1]. So sind beispielsweise Erweiterungen der grundlegenden Klassenhierarchien, die nicht bereits in der Anfangsphase des Entwurfs berücksichtigt wurden, nur mit großem Aufwand durchzuführen. Eine zu allgemeine Konzeption der Klassenhierarchien von Beginn an, führt jedoch auf unübersichtliche und laufzeitineffiziente Programme. Gleichzeitig steigt das vom Entwickler erwartete Wissen über Programmstruktur und –hierarchie überproportional an. Das Kernproblem der Anwendung objektorientierter Techniken für numerische Simulationen liegt demzufolge in der angemessenen programmtechnischen Darstellung der Abhängigkeiten zwischen den Algorithmen und der zugehörigen Datenstruktur. Durch den im folgenden dargestellten Einsatz generischer Techniken lässt sich dieses Problem lösen. Die wesentlichen Merkmale dieses neuen algorithmusorientierten Konzepts sind [2]:

- Die primäre Abstraktion im algorithmusorientierten Ansatz ist eine algorithmische Struktur, die in drei Typen unterteilt werden kann: (1) primitive algorithmische Strukturen, wie beispielsweise Operationen der linearen Algebra, die mit bestimmten Typen von Matrizen fest verbunden sind, (2) komplexe algorithmische Strukturen als Verknüpfungen mehrerer algorithmischer Strukturen und (3) generische Strukturen, die eine Generierung neuer komplexer Strukturen durch Instanzobjekt-Protokolls erlauben.

- Die Abhängigkeit zwischen einer algorithmischen Struktur und dem assoziierten Datenmodell wird mit Hilfe eines Metaobjekt-Protokolls erfasst. Diese Protokoll erlaubt es, Metaobjekte zur Beschreibung des Datenmodells während der Algorithmusinstanziierung zu erstellen. Jede algorithmische Struktur kann mit einer speziellen Instanziierungsmethode verbunden werden. Damit lässt sich die Abhängigkeit zwischen der Funktionalität und der Datenstruktur lokal in einer Algorithmusdefinition kapseln.

- Parallel zum Aufbau der algorithmischen Strukturen selbst werden auch die zugehörigen Instanziierungsmethoden automatisch mit aufgebaut. Daher wird gleichzeitig mit der Konstruktion eines Anwendungsalgorithmus eine assoziierte Instanziierungsprozedur generiert. Das Einfügen, Modifizieren und Entfernen eines Subalgorithmus spiegelt sich dabei automatisch in der zugehörigen Instanziierungsprozedur wieder.

- Die getrennte Instanziierungs- und Berechnungsphase reduziert den numerischen Aufwand, der mit dem dynamischen Binden und der dynamischen Datenverwaltung verbunden ist erheblich. Die bisher verwendeten klassischen objektorientierten Ansätze besaßen vor allem hinsichtlich ihres Laufzeitverhaltens gravierende Nachteile gegenüber den für spezielle Aufgaben konstruierten prozeduralen Programmen.

- Jede spezielle numerische Anwendung wird durch Verknüpfung und Spezialisierung der schon vorhandenen algorithmischen Strukturen konstruiert. Dabei erfolgt eine automatische Anpassung der assoziierten Datenmodelle [3].

LITERATUR

[1] R. Chudoba, Z. Bittnar, C. Könke, R. Littwin, *Rapid Prototyping of Performance-Assessing*, ACTA POLYTEHNICA, Vol. 39, No. 2/1999, Czech Technical University Prague, (1999), 129-141.

[2] R. Chudoba, *Finite Element Kernel with Metaobject Protocol*, **Modern Software Tools for Scientific Computing**, Birkhäuser (1997), 143-162.

[3] R. Littwin, R. Chudoba, J. Roehrig, *Flexibles objektorientiertes Datenmodell für adaptive FE-Analysen*, **VDI-Reihe 4 Bauingenieurwesen**, no. 135, VDI-Verlag (1996).

Zur Formulierung schubweicher Balken- und Plattenelemente mittels der Discrete-Shear-Gap Methode

F. Koschnick
Lehrstuhl für Statik
Technische Universität München
e–mail: koschnick@bv.tum.de

KURZFASSUNG

Zusammenfassung Die sogenannte DSG-Methode (Discrete Shear Gap) stellt ein Konzept zur Konstruktion versteifungsfreier Platten- und Schalenelemente dar, das zu einer ausschließlich auf Verschiebungsgrößen basierenden Formulierung führt. Da sie auf einer gezielten Modifikation der Verläufe bestimmter Verzerrungsanteile beruht, besteht eine gewisse Verwandschaft zu der ANS-Methode. Die DSG-Methode hat jedoch den entscheidenden Vorteil, daß keine bestimmten Kollokationspunkte oder zusätzlichen inneren Freiheitsgrade gewählt werden müssen und somit ausschließlich die üblichen Verschiebungs- und Rotationsfreiheitsgrade in den Knoten auftreten. Durch Anwendung dieses Konzeptes auf schubweiche Balken und Platten lassen sich einfache und effiziente, shearlocking-freie Elemente herleiten.

In der langjährigen Entwicklung von Plattenelementen nach der Reissner-Mindlin-Theorie (z.B. [1], [2]) wurden zahlreiche Elemente vorgestellt, für die das Problem des Shear-locking für regelmäßige Finite-Element-Netze weitgehend gelöst wurde. Bei stark verzerrten Netzeinteilungen, wie sie bei der Modellierung komplizierter Geometrien oder der Anwendung von Freivernetzern bei adaptiven Strategien auftreten können, sind diese Probleme jedoch noch nicht vollständig beseitigt, insbesondere für bei solchen Netzen einfacher zu handhabende Dreieckselemente. Mit Hilfe der DSG-Methode [3] können schubweiche Plattenelemente hergeleitet werden, die das Shear-Locking vermeiden und gute Konvergenzeigenschaften aufweisen.

Grundgedanke der DSG-Methode

Ausgangspunkt der Entwicklung der DSG-Elemente waren Überlegungen zur Erfüllung der Bernoulli-Bedingung bei schubweichen Balkenelementen. Die Verformung des Balkenkontinuums wird beim Timoshenko-Balken durch die Verschiebung der Balkenachse und die Verdrehung des Balkenquerschnittes beschrieben. Erster Schritt nach der DSG-Methode ist nun, die Deformation des Elementes nicht direkt mittels Interpolation der Knotenverschiebungen zu beschreiben, sondern über die Integration der kinematischen Gleichung für die Querschubverzerrungen in einem beliebigen Punkt x, d.h. über eine getrennte Betrachtung der Biege- und Schubanteile. Aus der Integration der Rotationswinkel läßt sich der Biegeanteil $w_\varphi(x)$ berechnen, der die Bernoulli-Bedingung identisch erfüllt. Somit kann der Anteil der Schubverzerrungen an der Gesamtverschiebung aus der Differenz der Gesamtverschiebungen und des Verschiebungsanteils aus den Rotationen $\int_x \varphi(x)dx$ bestimmt werden:

$$\Delta w_\gamma(x) = \int_x \gamma \; dx = w(x) + \int_x \varphi(x) \; dx \tag{1}$$

Über Gleichung (1) lassen sich somit diskrete Verschiebungswerte $\Delta w_\gamma(x)$ errechnen, die als Schubklaffungen (shear gaps) an der Stelle x interpretiert werden können. Ermittelt

man die shear gaps in jedem Knoten des Elementes, können diese diskreten Werte mit den üblichen Ansatzfunktionen zum Verlauf der Schubklaffung im Element interpoliert werden. Aus Differentiation der Schubklaffungen erhält man den Verlauf der Schubverzerrungen, die nun frei von parasitären Anteilen sind, da sie genau aus der Differenz zwischen dem Verschiebungsanteil w(x) und dem Anteil des reinen Biegezustandes $w_\varphi(x)$ berechnet werden.
Diese Modifikation der Schubverzerrungen führt zu einem lockingfreien Balkenelement und kann in gleicher Weise auf Platten und Schalen erweitert werden.

DSG-Plattenelemente

Die konsequente Anwendung des DSG-Konzeptes auf schubweiche Platten liefert für die Bestimmung der diskreten Schubklaffungen

$$\Delta w^k_{\gamma\alpha}(\theta^1,\theta^2) = w(\theta^1,\theta^2)\Big|^{\theta^\alpha_k}_{\theta^\alpha_1} + \int_{\theta^\alpha_1}^{\theta^\alpha_k} \varphi_{\theta^\alpha}(\theta^1,\theta^2)\; d\theta^\alpha \tag{2}$$

Wie beim Balken ergeben sich die Schubverzerrungen im Element aus Differentiation der mit den Ansatzfunktionen interpolierten shear-gap Verteilung:

$$\gamma_{\theta^\alpha} = \frac{\partial \Delta w_{\gamma\alpha}(\theta^1,\theta^2)}{\partial\theta^\alpha} = \sum_{n=1}^{N}\left(\frac{\partial N^n(\theta^1,\theta^2)}{\partial\theta^\alpha}\cdot\Delta w^n_{\gamma\alpha}\right) \tag{3}$$

Die nach Gleichung (3) erhaltenen Beziehungen für die Schubverzerrungen sind durch Modifikation der B-Operatormatrix verschiebungsformulierter Elemente ohne großen Aufwand zu implementieren. Ein Vorteil ist dabei, daß die Integration aller benötigten Operationen a priori durchgeführt werden kann.
Die Verwandschaft zur ANS-Methode zeigt sich besonders deutlich bei bilinearen Elementen, für die sich nach der DSG-Methode identische Stefigkeitsmatrizen ergeben. Für dreieckige Elemente besteht eine gewisse Ähnlichkeit zum Kirchhoff-Mode Konzept, das jedoch eine Zwangsbedingung mehr als DSG-Elemente liefert, die durch die Erfüllung der Kirchhoffbedingungen in den Knoten immer einen optimalen Zwangsbedingungsfaktor aufweisen.
Numerische Untersuchungen über die Effizienz der DSG-Elemente und Vergleiche mit anderen erfolgreichen Elementen belegen die Leistungsfähigkeit dieser Methode für Platten- und auch Schalenelemente.

REFERENCES

[1] J.-L. Batoz, K.-J. Bathe, L.-W. Hoo, *A Study of Three-Node Triangular Plate Bending Elements,* Int. Jour. Num. Meth. Eng., **15**, 1771-1812 (1980)

[2] K.-J. Bathe, E. Dvorkin, *A Four-Node Plate Bending Element Based on Mindlin/Reissner Plate Theory and a Mixed Interpolation,* Int. Jour. Num. Meth. Eng., **21**, 367-383 (1985)

[3] K.-U. Bletzinger, M. Bischoff, E. Ramm, *A Unified Approach for shear-locking-free triangular and rectangular shell finite elements,* Computers and Structures, **75**, (2000), 321–334.

3D-Finite-Elemente-Modell mit eingebetteten Diskontinuitäten des Verschiebungsfeldes für numerische Analysen gerissener Betonstrukturen

J. Mosler* and G. Meschke
Institut für Statik & Dynamik
Ruhr Universität Bochum, Germany
e-mail: j.mosler@sd.ruhr-uni-bochum.de

KURZFASSUNG

Zusammenfassung Ein 3D-Finites Element zur Modellierung von gerissenen Betonstrukturen auf Basis des Enhanced Assumed Strain Konzeptes wird vorgestellt. Die erweiterten Verzerrungen ergeben sich hierbei aus der Annahme eines Sprunges im Verschiebungsfeld. Ohne ad hoc einen inneren Längenparameter einführen zu müssen, degenerieren die konstitutiven Gleichungen zu Traktions-Verschiebungsbeziehungen an der Rißoberfläche.

1. Kinematik unter Berücksichtigung von Sprüngen im Verschiebungsfeld

Abb. 1 a) zeigt das Gebiet Ω des Körpers $\mathcal{B}$, welches in 2 Teilgebiete Ω^+ and Ω^- durch eine Lokalisierungsoberfläche $\partial_S\Omega$ unterteilt ist (z.B Oberfläche eines Risses). Hierbei wird die Lage des Risses $\partial_S\Omega$ gemäß Abb. 1 a) mit Hilfe des Vektors $\boldsymbol{n}$ definiert.

Ein beliebiges Verschiebungsfeld $\boldsymbol{u}(\boldsymbol{x})$, welches einen Sprung $[\![\boldsymbol{u}]\!]$ an der Stelle $\partial_S\Omega$ beinhaltet, kann als Summe des regulären Teils $\bar{\boldsymbol{u}}(\boldsymbol{x})$ und einer Sprungfunktion $\hat{\boldsymbol{u}}(\boldsymbol{x})$ dargestellt werden (s. Abb. 1 b))

$$\boldsymbol{u}(\boldsymbol{x}) = \bar{\boldsymbol{u}}(\boldsymbol{x}) + \hat{\boldsymbol{u}}(\boldsymbol{x}), \qquad \forall\, \boldsymbol{x} \in \Omega, \qquad \text{mit} \qquad \hat{\boldsymbol{u}}(\boldsymbol{x}) = [\![\boldsymbol{u}]\!]\; M_S(\boldsymbol{x}). \tag{1}$$

Diese additive Aufspaltung ist den Arbeiten [1], [2], [3] entnommen. Mit Gl. (1), der Definition der Funktion $M_S(\boldsymbol{x})$ und der Dirac Delta Funktion δ_S

$$M_S(\boldsymbol{x}) = H_S(\boldsymbol{x}) - \varphi(\boldsymbol{x}), \qquad \forall\, \boldsymbol{x} \in \Omega, \tag{2}$$

kann der infinitesimale Verzerrungstensor $\boldsymbol{\varepsilon}(\boldsymbol{u})$ hergeleitet werden

$$\boldsymbol{\varepsilon}(\boldsymbol{u}) = \boldsymbol{\nabla}^{\mathrm{S}}\boldsymbol{u} = \left[\boldsymbol{\nabla}^{\mathrm{S}}\bar{\boldsymbol{u}} - ([\![\boldsymbol{u}]\!] \otimes \boldsymbol{\nabla}\varphi)^{\mathrm{S}}\right] + ([\![\boldsymbol{u}]\!] \otimes \boldsymbol{n})^{\mathrm{S}}\; \delta_S, \qquad \forall\, \boldsymbol{x} \in \Omega. \tag{3}$$

In Gl. (2) ist die additive Aufteilung der Funktion $M_S(\boldsymbol{x})$ in die Heaviside Funktion $H_S(\boldsymbol{x})$ und die stetige Funktion $\varphi(\boldsymbol{x})$ zu erkennen. Die Funktion $\varphi(\boldsymbol{x})$ gestattet hierbei die Abbildung der Dirichlet Randbedingungen [1].

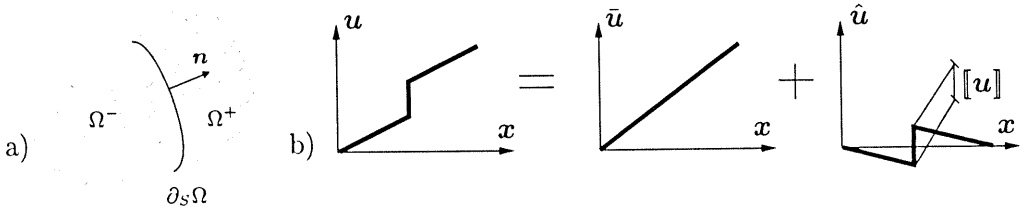


Abbildung 1: a) Körper $\mathcal{B}$ unterteilt in zwei Teilgebiete Ω^- and Ω^+ durch eine Lokalisierungsoberfläche $\partial_S\Omega$, b) Additive Zerlegung des Verschiebungsfelds in einen regulären Anteil $\bar{\boldsymbol{u}}$ und eine Sprungfunktion $\hat{\boldsymbol{u}}$

2. Algorithmische Umsetzung und FE Diskretisierung

Gl. (3) in ein beliebiges elastoplastisches Materialmodell eingesetzt, führt zu einer Beziehung zwischen dem plastischen Multiplikator λ und der Änderung der Amplitude des Verschiebungssprunges $\dot{\zeta}$ [4]

$$\lambda = \lambda_\delta \, \delta_S = \dot{\zeta} \frac{\partial_{\boldsymbol{\sigma}} \phi : \boldsymbol{C} : (\boldsymbol{m} \otimes \boldsymbol{n})^{\mathrm{S}}}{\partial_{\boldsymbol{\sigma}} \phi : \boldsymbol{C} : \partial_{\boldsymbol{\sigma}} g} \, \delta_S, \text{ mit } [\![\boldsymbol{u}]\!] = \zeta \, \boldsymbol{m}. \tag{4}$$

In Gl. (4) definieren ϕ bzw. g die Fließfunktion bzw. das plastische Potential und $\boldsymbol{m}$ die Richtung des Verschiebungssprunges. Trifft man die Annahmen des assoziatives plastischen Fließens ($g(\boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{q}) = \phi(\boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{q})$) und daß $\phi(\boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{q})$ eine positive homogene Funktion ersten Grades sei, vereinfacht sich Gl. (4) zu einer skalaren Traktions-Verschiebungsbeziehung

$$\phi(\sigma, \zeta) = \boldsymbol{m} \cdot \boldsymbol{\sigma} \cdot \boldsymbol{n} + q(\zeta). \tag{5}$$

Um die Aktualisierung der Spannungen kompakt formulieren zu können wird der 2-stufige Tensor $\boldsymbol{G}$ eingeführt

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\sigma}_{n+1} &= \boldsymbol{C} : (\boldsymbol{\nabla}^{\mathrm{S}} \bar{\boldsymbol{u}}_{n+1} + \boldsymbol{G} \, \zeta_{n+1}) \\ \boldsymbol{G} \, \zeta_{n+1} &= ([\![\boldsymbol{u}_{n+1}]\!] \otimes \boldsymbol{\nabla} \varphi)^{\mathrm{S}} \end{aligned} \qquad \forall \boldsymbol{x} \in \Omega^-, \Omega^+. \tag{6}$$

Nach Berechnung der Ableitung von Gl. (6) nach $\boldsymbol{\nabla}^{\mathrm{S}} \bar{\boldsymbol{u}}_{n+1}$

$$\boldsymbol{C}^{ep}_{n+1} = \frac{\partial \boldsymbol{\sigma}_{n+1}}{\partial (\boldsymbol{\nabla}^{\mathrm{S}} \bar{\boldsymbol{u}}_{n+1})} = \boldsymbol{C} - \frac{\boldsymbol{C} : \boldsymbol{G} \otimes (\boldsymbol{m} \otimes \boldsymbol{n} : \boldsymbol{C})}{\boldsymbol{m} \cdot (\boldsymbol{C} : \boldsymbol{G}) \cdot \boldsymbol{n} + H_{n+1}}, \text{ mit} \qquad H_{n+1} = \frac{\partial q_{n+1}}{\partial \alpha_{n+1}} \tag{7}$$

kann die diskrete Gleichgewichtsbedingung formuliert werden

$$\boldsymbol{R} = \Delta \boldsymbol{f}_{\mathrm{ext}} - \bigcup_{e=1}^{n_{el}} \int_{\Omega} \boldsymbol{B}^T \, \boldsymbol{C}^{ep} \, \boldsymbol{B} \, \mathrm{d}\Omega A \, \Delta \bar{\boldsymbol{u}}, \tag{8}$$

wobei $\boldsymbol{R}$ den Vektor der Residuen, $\boldsymbol{f}_{\mathrm{ext}}$ den Vektor der äußeren Belastung und $\boldsymbol{B}$ die Matrix der Ableitungen der Formfunktionen nach den physikalischen Koordianten repräsentieren.

REFERENCES

[1] J. Simo, J. Oliver, F. Armero, *An analysis of strong discontinuities induced by strain softening in rate-independent inelastic solids,* Computational Mechanics, **12** (1993), 277–296.

[2] K. Garikipati, *On strong discontinuities in inelastic solids and their numerical simulation,* Ph. D. thesis, Stanford University, (1996).

[3] J. Oliver, *Modeling strong discontinuities in solid mechanics via strain softening constitutive equations Part 1: Fundamentals. Part 2: Numerical simulations,* International Journal for Numerical Methods in Engineering **39** (1996), 3575–3623.

[4] J. Mosler,G. Meschke, *3D FE analysis of cracks by means of the strong discontinuity approach,* European Congress on Computational Methods in Applied Sciences and Engineering, Barcelona, Spain (2000).

Ein analytisches Konzept zur Lösung von gekoppelten Differentialgleichungen beliebiger Ordnung mit Polynomkoeffizienten – Anwendung auf den geraden Stab mit veränderlichem Querschnitt nach Theorie I. und II. Ordnung unter Berücksichtigung von *M*- und *Q*-Verformungen

W. Pilgram

Institut für Baustatik
TU Wien

Zusammenfassung Vorgestellt wird ein Konzept zur Lösung von simultanen, gekoppelten Differentialgleichungen mittels konvergierender Potenzreihen. Anhand der Anwendung auf den geraden Stab mit veränderlichem Querschnitt unter Berücksichtigung von *M*- und *Q*-Verformungen wird die Einfachheit des Konzeptes gezeigt und die besonderen Zusammenhänge bei Berücksichtigung der Querkraftverformungen an einem veränderlichen Querschnitt erläutert.

In [1] wird ein Konzept zur analytischen Lösung von Differentialgleichungen beliebiger Ordnung mit veränderlichen Koeffizienten (Polynomkoeffizienten) dargestellt. Sowohl die Lösungsfunktionen der homogen Differentialgleichung als auch jene des partikulären Integrals werden dabei durch konvergierende Potenzreihen beschrieben. Während bei konstanten Koeffizienten stets Konvergenz vorliegt, ist dies bei veränderlichen Koeffizienten nicht immer der Fall. Durch Unterteilung des betrachteten Intervalls kann aber auch hier immer Konvergenz erreicht werden.

In einer unveröffentlichten Abhandlung des Verfassers [2] wurde das in [1] beschriebene Lösungsverfahren auf gekoppelte Differentialgleichungen (Differentialgleichungssysteme bzw. simultane Differentialgleichungen) erweitert.

In der klassischen Biegetheorie des geraden Stabes wird das Biegeproblem durch vier Differentialbeziehungen (sind Differentialgleichungen erster Ordnung) beschrieben. Diese vier Gleichungen setzen sich zusammen aus zwei Gleichgewichtsbeziehungen, aus einer kinematischen Beziehung und einer konstitutiven Beziehung. Üblicherweise werden diese vier Differentialgleichungen erster Ordnung zu einer Differentialgleichung vierter Ordnung zusammengefaßt. Wird dann diese Differentialgleichung vierter Ordnung gelöst, so erhält man eine Beziehung zwischen der primären Unbekannten der Differentialgleichung (hier die Biegeordinate w) und deren Ableitungen am Anfang des betrachteten Stababschnittes. Um die Übertragungsbeziehung zu bekommen, muß man in der vorherigen Beziehung die primäre Unbekannte und deren Ableitungen durch die baustatisch relevanten Größen (hier Biegeordinate w, Querschnittsdrehwinkel φ, Biegemoment M und Transversalkraft R oder Querkraft Q) ausdrücken.

Wird hingegen das Problem durch die 4 Differentialgleichungen erster Ordnung beschrieben, deren primäre Unbekannten bereits die baustatisch relevanten Größen sind, so erhält man nach der in [2] beschriebenen Lösung auf direktem Weg die gesuchte Übertragungsbeziehung.

Bei Betrachtung des geraden Stabes mit veränderlichem Querschnitt unter Berücksichtigung von M- und Q-Verformungen ist die Herleitung einer Differentialgleichung vierter Ordnung und die Lösung sowie die Umrechnung in die baustatisch relevanten Größen nicht mehr einfach. In [3] wird eine analytische Berechnung dieses Problem bei einem Querschnitt mit linear veränderlicher Höhe nach Theorie I.Ordnung dargestellt und gezeigt, daß das Biegemoment M neben der Verkrümmung auch eine Schubverzerrung und die Querkraft Q neben der Schubverzerrung auch eine Verkrümmung des Stabelementes hervorruft. Die Normalspannungen σ werden dabei als faserparallel angesetzt, wobei sich die Fasern bzw. die Tangenten an die Fasern eines Querschnitts in einem Punkt schneiden. Das aus den Spannungen σ hervorgehende Moment ist die vorhandene Schnittgröße M. Die Resultierende der Komponenten von σ normal zur Stabachse wird mit Q_σ bezeichnet. Diese Kraft ist ein Teil der vorhandenen Querkraft Q, die den Gleichgewichtsbedingungen genügen muß. Die verbleibende Querkraft $Q_\tau = Q - Q_\sigma$ ist die Resultierende der Schubspannungen τ im Querschnitt. Dieser Querkraftanteil erzeugt eine Schubverzerrung, welche ihrerseits durch die schrägen Fasern den Anteil φ'_τ an der Verkrümmung φ' bewirkt. Die restliche Verkrümmung $\varphi'_\sigma = \varphi' - \varphi'_\tau - \kappa^e$ ist über die konstitutive Beziehung mit dem Moment M verknüpft.

Im weiteren soll hier dieser Stab auch nach Theorie II.Ordnung berechnet werden. Die Beziehung zwischen der Querkraft Q und der für das Gleichgewicht maßgebenden Transversalkraft R lautet $Q = R - \left(w + w^V\right)' N^{II}$ mit N^{II} als Normalkraft nach Theorie II.Ordnung und w^V als Vorverformung.

Man erhält somit $R' = -q$ und $M' = Q + m$ als Gleichgewichtsbeziehungen, $M = -EI\varphi'_\sigma$ und $Q_\tau = GA_Q\eta$ als konstitutive Beziehungen und $\varphi = w' - \eta$ als kinematische Beziehung.

Die daraus hervorgehenden vier simultanen Differentialgleichungen werden mit dem Konzept in [2] gelöst. Als Ergebnis erhält man sofort die Übertragungsbeziehung. Sie beinhaltet eine vollständige Beschreibung sämtlicher Zustandsgrößen des Stabes und bildet die Grundlage für das Reduktionsverfahren. Alle weiteren Formeln für die übrigen baustatischen Verfahren lassen sich daraus ohne Schwierigkeit ableiten.

LITERATUR

[1] H. RUBIN, *Analytische Lösung linearer Differentialgleichungen mit veränderlichen Koeffizienten und baustatische Anwendung*, Bautechnik, 76, 225-231 (1999).

[2] W. PILGRAM, *Lösung linearer simultaner Differentialgleichungen beliebiger Ordnung mit Polynomkoeffizienten*, unveröffentlicht, 1999

[3] H. RUBIN, *Analytische Berechnung von Stäben mit linear veränderlicher Höhe unter Berücksichtigung von M-, Q- und N-Verformungen*, Stahlbau , 68, 112-119 (1999).

Ein Beitrag zur Fließgelenktheorie

Gregory Pilz

Institut für Baustatik
Technische Universität Graz(TUG)
E-Mail: pilz@ifb.tu-graz.ac.at

KURZFASSUNG

Zusammenfassung Die wirklichkeitsnahe Berechnung von komplexen Tragstrukturen ist heute mit modernen Computerprogrammen möglich. Sie führen aber in vielen Fällen, abgesehen von den enormen Rechenzeiten, zu unrealistischen und nicht zu interpretierbaren Ergebnissen. Es soll hier ein Verfahren ausgehend von einer Theorie für ebene Systeme im Sinne der Fließgelenktheorie für die Traglastberechnung vorgestellt werden.

Die Harmonisierung der nationalen und internationalen Normen hat wesentlichen Einfluß auf die Bemessung von Stahlstrukturen. Um die Sicherheit der Bauwerke zu gewährleisten ist es oft ratsam nichtlineare geometrische Effekte und nichtlineares Materialverhalten in die statischen Untersuchungen miteinzubeziehen. Ein statisches Berechnungsverfahren hat die Sicherheit und die Wirtschaftlichkeit eines Entwurfes zu garantieren und soll bei Einhaltung dieser Vorgaben möglichst einfach in seiner Anwendung sein. Dies erfordert eine Vernachlässigung unbedeutender Einflüsse, um die Berechnung möglichst einfach halten zu können. Dabei wird ein Verfahren, welches genau bzw. näherungsweise das Tragverhalten eines System für eine gegebene Belastung erfaßt, jenem vorzuziehen sein, bei welchem zunächst eine einfache Berechnung (z.B. nach Theorie 1. Ordnung) notwendig ist und die zu berücksichtigenden Nichtlinearitäten durch eine Reihe von Zusatznachweisen (Ersatzstabverfahren) erfaßt werden. Für die Bestimmung der Traglast kann grundsätzlich zwischen zwei Theorien unterschieden werden: Die Fließgelenktheorie und die Fließzonentheorie. Die Fließgelenktheorie vernachlässigt im Gegensatz zur Fließzonentheorie die Ausdehnung der plastischen Zonen entlang der Stabachse. Der plastische Bereich ist in einem Punkt zusammengefaßt dem sogenannten Fließgelenk, außerhalb des Fließgelenkes bleibt der Stab rechnerisch elastisch. Die plastischen Verformungen finden nur im Fließgelenk statt. Der große Vorteil der Fließgelenktheorie liegt in der wesentlich einfacheren Herleitung und Verständlichkeit und in den erheblich geringeren Rechenzeiten. Bei Anwendung der Fließzonentheorie werden sehr genaue und wirklichkeitsnahe Ergebnisse erzielt, welche aber zeitintensiv in Bezug auf die Diskretisierung, Berechnung und Interpretation sind. Für die praktische Bemessung von Stahltragwerken wird daher die Fließgelenktheorie vorzuziehen sein, da sie - wie Studien gezeigt haben - das Tragverhalten sehr gut widerspiegeln [1].

Im folgenden wird ein baustatisches Verfahren zur elastisch plastischen Berechnung von ebenen Stabtragwerken nach der Fließgelenktheorie vorgestellt. Der entwickelte Berechnungsalgorithmus wurde in das Statikprogramm *RuckZuck 4.0* , welches am Institut für Baustatik der Technischen Universität in Graz entwickelt wurde, implementiert. Der Anwendungsbereich umfaßt die Berechnung nach der Elastizitätstheorie 1. und 2. Ordnung. Das Materialverhalten wird durch die ideal elastisch – ideal plastische Spannungs-Dehnungslinie beschrieben. Eine weitere getroffene Vereinfachung ist die Annahme einer bilinearen Näherung der Momenten-Krümmungsbeziehung. Bei der Berechnung mit λ-fachen Lasten ist der Nachweis zu erbringen, daß in keinem Querschnitt des Tragwerkes die Fließgrenze überschritten wird. Dieser Nachweis ist unabhängig davon, ob nach 1. oder 2. Ordnung gerechnet wird. Es ist der Nachweis zu führen, daß die Interaktionsbeziehung an keinem Querschnitt des Tragwerkes verletzt ist. Im Berechnungsalgorithmus wurden um Vergleichsrechnungen und Benchmarktests durchführen zu

können verschiedene Interaktionsbeziehungen eingebaut. Als einfachste Interaktionsbeziehung kann eine lineare Interaktion zwischen Moment und Normalkraft herangezogen werden. Weiters ist auch die bilinearen Interaktionsbeziehung nach der DIN 18800 Teil 1 [2] eingearbeitet. Eine Möglichkeit einer nichtlineare Interaktionsbeziehung bietet die Interaktionsbeziehung von Rubin [3], welche ebenfalls in den Berechnungsalgorithmus integriert wurde. Der Querkrafteinfluß in der Gesamtinteraktion wird durch die Einführung einer reduzierten Stegblechdicke berücksichtigt. Die bilineare und die nichtlineare Interaktionsbeziehung erlaubt die Durchführung wirklichkeitsnaher Traglastanalysen. Die lineare Interaktionsbeziehung hat nur akademische Bedeutung und kann für Vergleichsrechnungen herangezogen werden.

Ein sehr großer Vorteil gegenüber anderen Statikprogrammen wird durch die automatische Stabverfeinerung erzielt. Die Fließgelenke werden durch Systemänderung erfaßt und sind nicht mehr an Knoten gebunden sondern können an jedem beliebigen Punkt eines Stabes entstehen. Die automatische Stabverfeinerung bedeutet eine wesentliche Vereinfachung der Systemgenerierung und ermöglicht eine Reduzierung der Rechenzeiten. Das Abbruchkriterium für die Berechnung beschränkt sich nicht nur auf die Entstehung einer kinematischen Kette, Stabilitätsversagen des Systems oder negative Dissipationsarbeit, sondern es wurden zusätzlich verschiedene Abbruchkriterien, wie Überschreitung der b/t im elastischen oder plastischen Bereich [2] oder Überschreitung der zulässigen Rotation [4] eingeführt. Diese zusätzlichen Kriterien bieten die Möglichkeit einer vollständigen ebenen Bemessung nach den momentan in Deutschland bestehenden Normen, DIN 18800 Teil 1 und 2, d.h. es ist die Möglichkeit gegeben, die drei vorhandenen Berechnungsverfahren, elastisch-elastisch, elastisch-plastisch und plastisch-plastisch wahlweise anzuwenden.

Studien am Centre for Advanced Structural Engineering an der Universität in Sydney, Australien, und am Institut für Baustatik an der Technischen Universität in Graz haben gezeigt, daß der entwickelte Algorithmus das Tragverhalten von ebenen Stahltragwerken sicher und wirtschaftlich beschreiben kann.

LITERATUR

[1] N. Gebbeken, *A refined numerical approach for the ultimate-load analysis of 3-D steel rod structures*, In D.R.J. Owen, E. Hinton (eds.), Engineering Computations, International Journal for Computer aided Engineering and Software, Vol. 15 No.2 and 3, (1998), 312-344.

[2] DIN 18800 Teil 1, *Stahlbauten – Bemessung und Konstruktion*, Beuth Verlag GmbH, Berlin (1990).

[3] H. Rubin, *Interaktionsbeziehungen zwischen Biegemoment, Querkraft und Normalkraft für einfach symmetrische I- und Kastenquerschnitte bei Biegung um die starke und für doppeltsymmetrische I-Querschnitte bei Biegung um die schwache Achse,* Der Stahlbau 3, (1978) 76-85.

[4] C. Petersen, *Stahlbau*, Vieweg-Verlag, Braunschweig/Wiesbaden (1988).

Schädigungsmodellierung von Stahlbeton: Auswirkungen auf Schalentragwerke

Dipl.-Ing. H. Rahm

Lehrstuhl für Baustatik
Universität Kaiserslautern
E-Mail: rahm@rhrk.uni-kl.de

KURZFASSUNG

Zusammenfassung Der Alterungsprozess von Stahlbetonschalen wird am Beispiel eines Naturzugkühlturms numerisch simuliert und Konsequenzen auf die Entwurfsbearbeitung werden aufgezeigt.

Beim Entwurf von Stahlbetontragwerken geht unsere Normung von deren Neuzustand aus. Die während der Nutzungsdauer auftretenden Alterungsprozesse, die sich häufig in zunehmender Rissbildung äußern, bleiben unberücksichtigt. Ohne aufwendige Sanierungsmaßnahmen können diese Alterungsprozesse die Ursache z.B. für Stahlkorrosion sein, die nicht nur die Gebrauchstauglichkeit sondern auch die Tragwerkssicherheit deutlich verschlechtert.

Eine mögliche Ursache dieses beobachteten Alterungsprozesses steckt im Beanspruchungskollektiv selbst. Wird in einem Tragwerksquerschnitt infolge einer Beanspruchung die Betonzugfestigkeit überschritten, so geht dieser in Zustand II über. Die so entstehenden Rissbereiche verbleiben nach Wegnahme der Beanspruchung im Tragwerk und verändern dessen Steifigkeitsverteilung. Über die Nutzungsdauer betrachtet kann sich dieser Vorgang mehrfach wiederholen, was zu weiteren Rissbereichen führt, die sich mit den bereits vorhandenen akkumulieren. Auf diese Art und Weise verändert sich im Laufe der Zeit das Trag- und Verformungsverhalten der Struktur – es kommt zu einer „Schädigung" des Tragwerks, wobei hierunter allgemein die Veränderung im Vergleich zum Neuzustand zu verstehen ist.

Ziel ist es im folgenden, die zu erwartende, beanspruchungsbedingte Tragwerks- Schädigung zu quantifizieren und mögliche Konsequenzen für die Entwurfsbearbeitung aufzuzeigen.

Die numerische Simulation eines solchen Alterungs- und Schädigungsprozesses erfordert hochentwickelte, numerische Werkzeuge. Im Rahmen einer elasto-plastischen Stahlbetonmodellierung für Flächentragwerke steht bei der Anwendung auf Schalentragwerke vor allem das Stahlbetonnachrissverhalten im Mittelpunkt. In diesem Zusammenhang wurde das Mitwirkungsgesetz des Betons zwischen den Rissen basierend auf der Bruchtheorie um Entlastungsansätze erweitert. Zusätzlich ist es notwendig, die möglichen Veränderungen der Materialeigenschaften im betrachteten Zeitraum wirklichkeitsnah abzubilden.

In der Praxis weisen viele bestehende Naturzugkühltürme ausgeprägte Alterungs- und Schädigungserscheinungen auf. Während ihrer Nutzungsdauer nehmen z.B. Anzahl, Breite und Länge meridional verlaufender Risse auf der Schalenaußenseite zu. Die Ursachen hierfür liegen vermutlich in der beschriebenen beanspruchungsbedingten Tragwerks- Schädigung. In diesem Zusammenhang sei auf die besonderen Beanspruchungen der Naturzugkühltürme hingewiesen, wobei vor allem die stark veränderliche Windbeanspruchung und die Dauerbelastung durch das Innenklima (feucht und warm) hervorzuheben sind.

Am Beispiel einer ausgeführten Kühlturmschale wird der Alterungsprozess während der Nutzungsdauer numerisch simuliert. Hierbei kann anhand der Veränderung des Rissbildes die fortlaufende Schädigung des Tragwerks deutlich beobachtet werden. Des weiteren können die

Auswirkungen verschiedener Entwurfsvarianten, wie z.B. verschiedene Mindestbewehrungsgrade, untersucht und beurteilt werden.

Schließlich sollen diese Untersuchungen dazu beitragen, schädigungsanfällige Tragwerke dauerhafter und sicherer zu entwerfen und zu bemessen.

LITERATUR

[1] Ph. Coic, D. Chauvel, H. Rousselle, *Bautechnische Qualitätssicherung beim Bau und im Betrieb von Kühltürmen der EdF,* Bautechnik in Wärmekraftwerken (1990), 19-23

[2] Comité Euro-International du Béton, *RC Elements under Cyclic Loading. State-of-the-art-report,* Bulletin d'Information No.230, Lausanne (1996)

[3] P.H. Feenstra, R. de Borst, *Aspects of robust computational modeling for plain and reinforced concrete,* Heron Jg.38, Nr.4, Delft (1996), 3-76

[4] R. Meiswinkel, H. Rahm, *Modelling Tension Stiffening in RC Structures Regarding Nonlinear Design Analyses,* European Conference on Computational Mechanics, München (1999)

[5] VGB-BTR Richtlinie, *Bautechnik bei Kühltürmen, VGB Technischen Vereinigung der Großkraftwerksbetreiber e.V.*, Essen (1997)

Untersuchung von Low-Cycle-Fatigue-Effekten in Stahlrahmenverbindungen unter Erdbebeneinwirkung mit der Methode der finiten Elemente

Dipl.-Ing. Boris Reyher
Technische Universität Berlin, Germany
Fachgebiet Statik der Baukonstruktionen, Sekr. B5
Straße des 17. Juni 135, 10623 Berlin
e–mail: Boris.Reyher@TU-Berlin.de

KURZFASSUNG

Zusammenfassung Eine numerische Rechenmethode auf der Grundlage der gemischt-hybriden Finite-Elemente-Methode (FEM) wird entwickelt, um das zyklische Materialverhalten von Baustahl unter besonderer Berücksichtigung der Viskoplastizität und der Materialschädigung zu erfassen. Es wird ein allgemein zulässiger Ansatz auf der Grundlage der Thermodynamik der Materialien gewählt und im Rahmen eines FEM-Konzepts für Volumen- und Schalenelemente implementiert.

Einleitung

Tragwerke aus biegesteifen Stahlrahmen sind aufgrund des wirschaftlichen Materialeinsatzes und der hohen Duktilität eine besonders in erdbebengefährdeten Gebieten verbreitete Konstruktionsweise des Hochbaus. Die Erdbeben von Northridge (1994) und Kobe (1995) haben der Ingenieurswelt gezeigt, daß herkömmlich bemessene biegesteife Stahlrahmenverbindungen unter Erdbebeneinwirkung nicht die erwartete Duktilität beweisen. Als Ursachen dafür gelten Aspekte wie Überfestigkeit des Materials, mangelnde Qualität der Schweissnähte sowie eine von der Balkentheorie abweichende elastoplastische Spannungsverteilung im Querschnitt infolge von Zwangseffekten nahe den Rahmenecken (siehe [2]). Mit diesen Aspekten beschäftigt sich in den USA seit 1995 das SAC Joint Venture (siehe [1]), ein Zusammenschluß mehrerer öffentlicher Forschungseinrichtungen mit dem Ziel, neue Bemessungsvorschriften für Bauten in seismisch aktiven Gebieten zu entwickeln.

Über die genannten Aspekte hinaus stellt sich die Frage, inwieweit *Low Cycle Fatigue* (LCF), also Ermüdungsverhalten unter grossen plastischen Rotationen bei niedriger Lastspielzahl einen Einfluß auf die Sprödbruchneigung des Stahles hat.

Um auf diese Frage eine quantitative Antwort geben zu können, wird eine nichtlineare FE-Methode entwickelt, die das zyklischen Materialverhalten und die Entfestigung aufgrund von Materialschädigung numerisch abbilden kann. Dazu wird ein geschlossener, thermodynamisch gültiger Ansatz auf der Grundlage eines inelastischen Fliesspotentials gebildet, aus dem die Bestimmungsgleichungen hergeleitet werden. Materialparameter, die das Verhalten des Materialpunktes quantitativ beschreiben, müssen dazu aus Versuchen gewonnen werden.

Grundlagen des Materialmodells

Auf der Grundlage eines mit den Hauptsätzen der Thermodynamik verträglichen inelastischen Fliesspotentials wird eine Reihe von konstitutiven Beziehungen zur Beschreibung des Materialverhaltens hergeleitet. Durch Identifizierung der wesentlichen thermodynamischen Kraft- und Flussgrössen wird ein Satz innerer Variablen gewählt, der die gewünschten Materialeigenschaften beschreibt. Zur Beschreibung des zyklischen elastoplastischen Materialverhaltens von Stählen sind die isotrope und kinematische Verfestigung von Bedeutung. Um die Abhängigkeit der Anfangsfliessgrenze von der Belastungsrate sowie die zyklische Verfestigung beschreiben zu können, wird ein Plastizitätsmodell vom Überspannungstyp nach CHABOCHE [3] gewählt. Dabei werden thermodynamische Ungleichgewichtszustände in Betracht gezogen, die eine Entwicklung der inneren Variablen hervorrufen.
Um die Degradation der elastischen Festigkeit aufgrund der Materialschädigung erfassen zu können, wird ein kombiniertes Plastizitäts-Schädigungs-Modell entwickelt, das die inelastischen Materialverzerrungen in plastische und Schädigungsverzerrungen aufspaltet. Der Elastizitätsmodul wird dabei als innere Variable behandelt, deren Evolution von der Schädigungsverzerrung abhängt. Die Entwicklung der inelastischen Verzerrung wird durch ein exponentielles Gesetz nach NORTON beschrieben, die Aufteilung in den plastischen und den Schädigungsanteil erfolgt durch eine Verteilungsfunktion, die oberhalb der Schädigungsschwelle einsetzt.

Implementierung im Rahmen einer FE-Methode

Das beschriebene Materialmodell wird zur Anwendung auf Probleme der nichtlinearen Dynamik im Rahmen eines FE-Konzepts numerisch implementiert. Dabei wird eine gemischthybride Formulierung benutzt, bei der Gleichgewicht und Verträglichkeit schwach approximiert werden. Dadurch können alle konstitutiven Bedingungen auf Elementebene diskretisiert werden.
Das Materialmodell wird auf 8-knotige Volumenelemente (Hex8) und 4-knotige ebene Schalenelemente (Quad4) angewendet. Bei den Volumenelementen kommt zur Integration der inelastischen Bedingungen ein Unterquadermodell zum Einsatz, bei dem die inelastischen Elementfreiwerte an 8 Unterpunkten im Element diskretisiert werden. Für die Schalenelemente wird ein Schichtpunktmodell verwendet, bei dem die inelastischen Elementfreiwerte an verschiedenen Dickepunkten in der Elementmitte diskretisiert werden.
Die zeitliche Diskretisierung erfolgt mit einem dynamischen Zweischrittverfahren nach dem Prediktor-Korrektor-Prinzip. Um eine Anpassung der Intervalllänge vornehmen zu können, wird nach jedem Iterationsschritt eine Schrittweitenkontrolle vorgenommen, und die Inkrementlänge ggf. verändert.

Numerische Simulation des Tragverhaltens von Metallen mit Hilfe gradientenabhängiger Materialmodelle

Sabine Ricci
Lehrstuhl für Baumechanik-Statik, Universität Dortmund,
August-Schmidt-Str. 8, D-44221 Dortmund, Germany
e–mail: ricci@bauwesen.uni-dortmund.de

KURZFASSUNG

Zusammenfassung In der lokalen Betrachtungsweise der klassischen Plastizitätstheorie kann das Problem auftreten, dass die zugrunde liegenden partiellen Differentialgleichungen ihre Elliptizität verlieren, so dass die Ergebnisse nicht mehr physikalisch sinnvoll sind, was sich unter anderem in einer Netzabhängigkeit der Ergebnisse äußern kann. Um dieses Problem zu vermeiden, wurden in der Vergangenheit verschiedene Regularisierungsmethoden entwickelt, wobei sich vor allem solche als besonders effektiv erwiesen haben, die als nichtlokale Verfahren einen Längenparameter in die Materialbeschreibung einführen, wie es bei der gradientenabhängigen Plastizitätstheorie [1] der Fall ist.

Das plastische Materialverhalten wird hier durch eine nichtlokale von–Mises–Fließbedingung

$$f^{pl} = \sqrt{J_2} - c(\gamma, \nabla^2\gamma) = 0 \tag{1}$$

beschrieben. Die momentane Fließspannung c ist dabei sowohl vom skalaren plastischen Verzerrungsmaß als auch von dessen zweiten Gradienten abhängig. Dadurch wird ein nichtlokaler Effekt beschrieben, der auch das Verhalten der jeweils benachbarten Punkte berücksichtigt. Aus der Konsistenzbedingung

$$\dot{f}^{pl} = \frac{1}{2\sqrt{J_2}} \mathrm{dev}\mathbf{T} \cdot \dot{\mathbf{T}} - \dot{c} = 0 \tag{2}$$

und durch die Einführung eines deviatorischen Spannungsrichtungstensors [2] erhält man dann die skalare Grundgleichung:

$$\dot{c} = \sqrt{2}\mu(\dot{\epsilon} - \dot{\gamma}), \tag{3}$$

wobei $\dot{\epsilon}$ die skalare Gesamtverzerrungsrate und $\dot{\gamma}$ die skalare plastische Verzerrungsrate bezeichnet.

Basierend auf einem Verfahren nach Nemat-Nasser [3] erfolgt die Integration der skalaren Grundgleichung in zwei Schritten. Zunächst nimmt man im plastischen Prediktorschritt an, dass das Gesamtverzerrungsinkrement mit dem plastischen Verzerrungsinkrement übereinstimmt:

$$\Delta\gamma^{pr} = \Delta\epsilon. \tag{4}$$

In der gradientenabhängigen Plastizitätstheorie ergibt sich dabei, dass die Prediktorfließspannung am Inkrementende nicht, wie in der klassischen Plastizitätstheorie, nur vom inkrementellen plastischen Verzerrungsmaß, sondern auch von dessen zweiten Gradienten abhängt:

$$c^{pr}(t + \Delta t) = c(t) + \frac{\partial c}{\partial \gamma}\Delta\gamma^{pr} + \frac{\partial c}{\partial \nabla^2\gamma}\nabla^2(\Delta\gamma^{pr}). \tag{5}$$

Da die Gradiententheorie ein Spezialfall der nichtlokalen Theorie [4] ist, erhält man durch Taylorreihenentwicklung und anschließenden Koeffizientenvergleich eine Beziehung zwischen der Ableitung der momentanen Fließspannung nach γ und ihrer Ableitung nach dessen zweiten Gradienten. Abhängig von der Problemdimension erhält man dabei unterschiedliche Faktoren:

$$1D: \quad \frac{\partial c}{\partial \nabla^2 \gamma} = \frac{\partial c}{\partial \gamma} \frac{l^2}{4\pi}, \tag{6}$$

$$2D: \quad \frac{\partial c}{\partial \nabla^2 \gamma} = \frac{\partial c}{\partial \gamma} \frac{l^2}{16}, \tag{7}$$

$$3D: \quad \frac{\partial c}{\partial \nabla^2 \gamma} = \frac{\partial c}{\partial \gamma} \frac{l^2}{4\sqrt[3]{36\pi}}, \tag{8}$$

wobei der Parameter l den für die Gradiententheorie charakteristischen materialabhängigen Längenparameter bezeichnet.

Der im elastischen Korrektorschritt zu behebende Fehler in der Fließspannung wird mit Hilfe einer Taylorreihenentwicklung abgeschätzt, die auf eine elliptische partielle Differentialgleichung

$$\frac{\partial c}{\partial \nabla^2 \gamma} \nabla^2 (\Delta_{er} \gamma) + (\sqrt{2}\mu + \frac{\partial c}{\partial \gamma}) \Delta_{er} \gamma = \Delta c^{pr} \tag{9}$$

führt. Während in der klassischen Plastizitätstheorie die entsprechende lokale Gleichung einfach nach $\Delta_{er}\gamma$ aufgelöst werden kann, muss hier zunächst eine Lösung der partiellen Differentialgleichung (9) mit Hilfe eines finiten Differenzenverfahrens numerisch ermittelt werden.

Zur numerischen Simulation betrachtet man eine eingespannte Rechteckprobe aus Stahl unter Zugbelastung. Die Lokalisierungszonen der verformten Konfigurationen haben für verschiedene Diskretisierungen mit 400, 1600 und 3600 Elementen stets dieselbe Breite, so dass das vorgestellte Verfahren keinerlei Netzabhängigkeit aufweist.

REFERENCES

[1] R. de Borst, H.-B. Mühlhaus, *Gradient-dependent plasticity: Formulation and algorithmic aspects,* Int. J. Numer. Meth. Eng. **35**, (1992), 521–539.

[2] M. Brünig, *Large strain elastic-plastic theory and nonlinear finite element analysis based on metric transformation tensors,* Comput. Mech. **24**, (1999), 187–196.

[3] S. Nemat-Nasser, *Rate-independent finite-deformation elastoplasticity: A new explicit constitutive algorithm,* Mech. Mater. **11**, (1991), 235–249.

[4] M. Brünig, S. Ricci, H. Obrecht, *Nonlocal large deformation and localization behavior of metals,* Comput. Struct., zur Veröffentlichung eingereicht.

Numerische Simulation des Verbundverhaltens von Textilbeton

Mike Richter*, Ingolf Lepenies
Lehrstuhl für Mechanik
Institut für Baumechanik und Bauinformatik
Technische Universität Dresden, Deutschland
e–mail: mike.richter2@mailbox.tu-dresden.de

KURZFASSUNG

Zusammenfassung Zur Charakterisierung des Verbundmaterials Textilbeton ist die Kenntnis der Versagensmechanismen notwendig. Ausgehend von einem COULOMBschen Reibmodell zur Simulierung eines Auszugversuches sind detaillierte mikromechanische Modelle zu entwickeln, welche realitätsnahe Verbundwirkungen simulieren. Weiterhin werden bruchmechanische Ansätze zur Analyse des Verbundversagens benutzt. Daraus resultierende Erkenntnisse sind dann in Schädigungsmodelle für ein Kontinuum zu implementieren, um das Material auf makroskopischer Ebene zu beschreiben.

Textilbeton ist ein Verbund aus Langfasern (z.B. Glasfasern) und Feinbeton. Die Faserbündel (Roving), bestehend aus einer Vielzahl von „unendlich" langen Filamenten, wirken als Zugbewehrung in dem spröden Beton und führen zu einer Steigerung der Duktilität des Gesamtmaterials. Dabei wird der Beton durch die Filamente versteift (z.B. $E_{Glas} \approx 75\,GPa, E_{Beton} \approx 15\,GPa$).

Die Versagensarten von Textilbeton sind vielschichtig. Im Wesentlichen gibt es fünf Versagensmechanismen: Betonversagen; Delamination zwischen den verstärkten und den unverstärkten Schichten des Betons; Versagen des Adhäsionsverbundes zwischen den äußeren Filamenten des Textilrovings (Faserbündel) und der umgebenden Matrix; Versagen des Verbundes der Filamente untereinander; Bruch der Filamente.

Somit stellt die Modellierung von Kontakt ein zentrales Thema bei der Untersuchung des Tragverhaltens von faserverstärktem Feinbeton dar. Bei der Lasteinleitung in einen Roving über die äußeren Filamente handelt es sich um ein mehrfaches Kontaktproblem elastischer Körper. Die Lastübertragungsmechanismen zwischen einzelnen Fasern und zwischen den Fasern und der Betonmatrix wurden mittels COULOMBscher Reibung näherungsweise erfasst, was jedoch das Vorhandensein eines Normaldruckes in der Kontaktfuge erfordert. Bei der Simulation eines Auszugversuches mit reiner COULOMBscher Reibung führt das Verhältnis der Querdehnzahlen ($\nu_{Faser} \approx 0.25$, $\nu_{Beton} \approx 0.20$) zu einer Trennung von Matrixmaterial und Faser und damit zu einem Versagen des Kontaktes. Nur durch Aufbringung zusätzlicher Normalkontaktkräfte auf die Kontaktflächen, sozusagen zur Simulation der Adhäsion im COULOMBschen Kontaktmodell, gelingt die Übertragung der Schubkräfte.

Diese künstliche Erhöhung der Kontaktspannungen durch Aufbringung fiktiver Kräfte in der Verbundzone kann vermieden werden, indem die Nachrechnung die auf einem mikromechanischem Niveau vorhandene Rauhigkeit der Kontaktzone berücksichtigt.

Zusätzlich kann durch die realitätsnahe Modellierung einer geometrisch imperfekten Bewehrungsführung ein Anpressdruck zwischen Filament und Matrix erzielt werden, wodurch ebenfalls die Einführung fiktiver Kontaktkräfte überflüssig wird. Die Gestalt der Verbundzone wird mittels Rasterelektronenmikroskopie an realen Versuchsproben ermittelt und

bildet die Grundlage für die Diskretisierung der „rauhen" Interfaceoberfläche. Der Aufwand der numerischen Behandlung auf mikromechanischer Ebene steigt aber stark an, so dass nur relativ kleine Probekörper untersucht werden können.

Darauf aufbauend ist ein mechanisches Modell zu entwickeln, das es gestattet, die Haft-Reibungs-Wechselwirkung der einzelnen Filamente untereinander und zwischen Filamenten und Matrix abzubilden. Durch das punktuellen Verkleben der einzelnen Filamente mit Zementleim wird der Kontakt zusätzlich durch Defekte beeinflusst.

Ein weiterer Zugang zu dem vorliegenden Problem stellt die Bruchmechanik dar. Grundlegende Untersuchungen, wie die Bestimmung der Verbundlänge im Textilbeton, sind Gegenstand der aktuellen Forschung. Dabei liegt der Schwerpunkt bei der Erfassung der Interfacecharakteristik (z.B mit kohäsiven Rissmodellen).

Weiterhin werden Bruchelemente und Versagenselemente auf ihre Tauglichkeit für die Beschreibung des Kontaktes untersucht. Diese beruhen unter anderem auf Kontinuum-Schädigungs-Modellen.

LITERATUR

[1] M. Curbach, *Sachstandbericht zum Einsatz von Textilien im Massivbau, DBV 203,* Deutscher Beton-Verein E. V., 1998.

[2] A. Bentur, S. Mindess, *Fibre reinforced cementitious composites,* Elsevier Applied Science, London, (1990).

[3] J. Hult, *Engineering Mechanics of fibre reinforced polymers and composite structures,* Springer-Verlag, (1994).

[4] A.J.M. Continuum, *Theory of the Mechanics of Fibre-Reinforced Composites,* John Wiley & Sons, Inc., (1995).

[5] Surendra P. Shah, *Fracture mechanics of concrete,* Springer-Verlag, (1984).

Funktionsorientierte seismische Bemessung – Bewertung der Erdbebengefährdung von Gebäuden

H. Sadegh-Azar

Lehrstuhl für Baustatik und Baudynamik
RWTH-Aachen
E-Mail: hamidsa@baustatik.rwth-aachen.de

KURZFASSUNG

Zusammenfassung Im Rahmen der funktionsorientierten seismischen Bemessung (Performance Based Seismic Design) wird eine Methodik vorgestellt mit der die Vulnerabilität bestehender Gebäude in einem Schnellbewertungsverfahren ermittelt wird.

Seismische Bemessungskonzepte in den Normen sind im Lauf der Jahre ständig verbessert worden um dem aktuellen Stand der Technik gerecht zu werden. In den letzten Jahren sind daher neue Bemessungskonzepte für die sesmische Bemessung der Bauten entwickelt worden. Drei aktuelle Projekte welche die vorgeschlagenen Richtungen der seismischen Bemessungskonzepte enthalten sind Vision 2000 (SEAOC), ATC-33 und FEMA 273.Die zur Zeit aktuelle Philosophie der Erdbebenbemessung der Bauwerke ist in den verschiedenen Normen wie folgt definiert: „Sicherstellung der Bauwerke gegen Einsturz und damit Ausschließung einer Lebensgefährdung durch das Bauwerk für das Bemessungsbeben".

Das Bemessungsbeben wird definiert durch das am Bauwerksort möglichen Beben welches eine Wiederkehrperiode von 475 Jahren besitzt. Dies entspricht einer Jährlichen Überschreitungswahrscheinlichkeit von 2.1×10^{-3} (10 % in 50 JAHREN). Mit einer normentreuen Erdbebenbemessung der Bauwerke soll also der Einsturz der Bauwerke und eine Lebensgefährdung ausgeschlossen werden. Wie sicher jedoch eine normentreue Erdbebenbemessung dieses Ziel erreichen kann ist in den jeweiligen Normen nicht angegeben.

Die neuen Bemessungskonzepte basieren auf der „funktionsorientierten seismischen Bemessung" (Performance Based Seismic Design). Das Ziel dieses Bemessungskonzepts ist das gewünschte Maße an Funktionalitäten eines Bauwerks für bestimmte Bebenstärken sichergestellt werden. An ein Krankenhaus wird zum Beispiel die Forderung gestellt das es nach einem Erdbeben nicht nur standhaft (Life Safe) bleibt, sondern auch den Nachbebenanforderungen gerecht wird und somit voll funktionsfähig (Operational) bleibt.

Hierfür werden zunächst mehrere Schädigungsstufen (Damage States and Performance Levels) definiert (z.B. voll funktionsfähig, einsturzgefährdet, etc.). Außerdem werden verschiedene Bebenstärken nach ihrer Eintrittswahrscheinlichkeit definiert (Hazard Levels). 4 Bebenstärken sind als Standardbasis für die seismischen Bemessungen deklariert (z.B. häufige Beben mit einer Überschreitungswahrscheinlichkeit von 50% in 30 Jahren, seltene Beben mit 10% in 50 Jahren, etc.). Die Kombination von bestimmten Schädigungsstufen und Bebenstärken ergeben die Bemessungsziele (Performance Objectives), welche die Basis der funkionsorientierten seismischen Bemessung darstellen.

Die Wahrscheinlichkeitstheorie bildet die Basis der Bemessung. Als Resultat erhält man die Gefährdungskurven für verschiedene Schädigungen quantifiziert z.B. durch die relative Stockwerksverschiebung (Interstory Drift Ratio)(Abb.1)

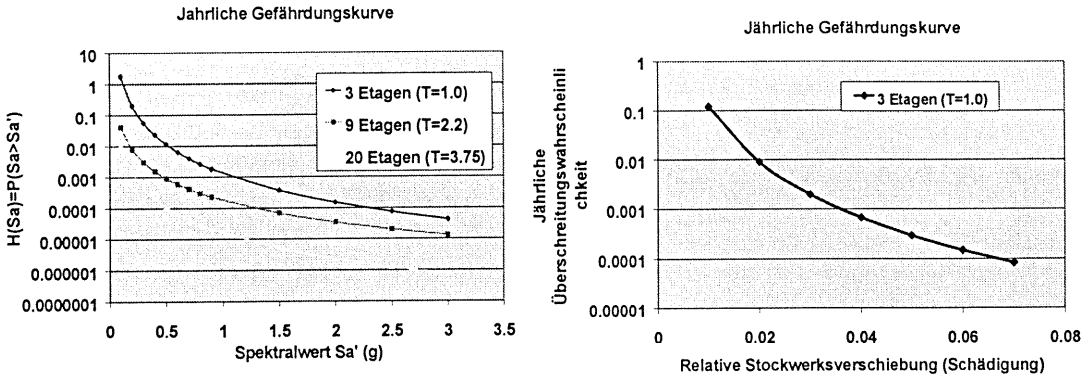


Abb. 1

Die Herleitung der oben genannten Kurven ist jedoch relativ aufwendig und kann daher ohne Hinzunahme der Wahrscheinlichkeitstheorie und statistischen Auswertungen nur im Rahmen von Forschungsarbeiten durchgeführt werden. Zur Zeit wird an einer praxisnäheren Herleitung dieser Kurven für bestimmte Tragwerke gearbeitet.

In der Versicherungsindustrie werden diese Kurven zur Festlegung der Versicherungssumme für die Erdbebenpolice gebraucht. Eine genaue Herleitung dieser Kurven für ein bestimmtes Bauwerk würde aber den Rahmen einer vertretbaren Bauwerksuntersuchung sprengen und der dazugehörige Kostenaufwand würde sogar ein vielfaches der Versicherungsprämie überschreiten. Es werden einfachere Methoden benötigt um diese Kurven zu ermitteln. Eine alternative Prozedur zur Herleitung dieser Kurven basiert auf statistisch beobachteten Schäden an Bauwerken in Erdbebengebieten. Hierzu ist eine Methodik entwickelt worden, die anhand der wichtigsten dynamischen Bauwerkseigenschaften eine Bewertung eines bestimmten Gebäudes ermöglicht. Das Ziel dieser Methodik ist die Schnellbewertung der Erdbebengefährdung von Gebäuden. Die Bewertungsprozedur beinhaltet 3 Genauigkeitslevels und ermöglicht die Einschätzung der mittleren Schädigung (Mean Damage Ratio) für verschiedene Erdbebenintensitäten.

LITERATUR

[1] R.O. Hamburger, B. Anthony, R. Jefferey, *Vision 2000: A Framework for Performance Besed Engineering of Buildings", SEAOC, 1994.*

[2] J.R. Cagley, J.D. Hooper, *Performance based engineering concept*, Structure, Summer 1997, pp.13-18.

[3] S.W Cochrane &W.H. Schaad, *Asessment of earthquake vulnerability of buildings*, Tenth World Conference on Earthquake Engineering, 1992

[4] C.S. Oliveira, A. Campos-Costa and M.L. Sousa, *Basis for Earthquake Insurance Policies*, Eleventh World Conference on Earthquake Engineering, Acapulco, Mexico, Published by Elsevier Science Ltd, Oxford, U.K.,1996

Oberflächenorientierte Schalentheorien zur Untersuchung von Kontaktproblemen

Rainer Schlebusch*, **Jan Matheas**
Lehrstuhl für Mechanik
Institut für Baumechanik und Bauinformatik
Technische Universität Dresden, Deutschland
e–mail: Rainer.Schlebusch@mailbox.tu-dresden.de

KURZFASSUNG

Zusammenfassung Dieser Beitrag widmet sich der Entwicklung von oberflächenorientierten Schalentheorien und deren Umsetzung in die Finite-Element-Methode zur Untersuchung von Kontaktproblemen.

Bei der Sanierung von Flächentragwerken, z. B. aus Stahlbeton, sind drei Tragwerksarten unterschiedlicher Lastabtragung zu unterscheiden, nämlich Scheiben, Platten und Schalen. Dabei ist die wirtschaftlichste Variante der Bewehrungsführung im allgemeinen die Verlegung in Richtung der Trajektorien. Der Einsatz z. B. von textilen Strukturen zur Ertüchtigung ist auf die Oberfläche des Bauteils beschränkt, und die Anordnung der Fasern ist, bedingt durch die Herstellungstechnik, nicht so frei wie die Anordnung einer individuellen Stahlbewehrung. Für die Bemessung derartiger Composites und zur Führung des Bruchsicherheitsnachweises des Bauteils auf numerischem Weg wird im Rahmen der Anwendung der Finite-Element-Methode ein finites Flächentragwerkselement auf der Grundlage einer konsistenten oberflächenorientierten Schalentheorie entwickelt.

Alle Varianten sind schub- und dickenelastisch und können orthotropes, dreidimensionales Materialverhalten einschließlich einer möglichen Querschnittsverwölbung erfassen.

Abweichend von den klassischen Theorien, die sich auf die Schalenmittelfläche beziehen, bieten die hier eingeführten Schalentheorien mit der Schalenoberfläche als Referenzfläche unter anderem folgende Vorteile:

- Kontaktprobleme können ohne die sonst übliche Schwierigkeit der Abbildung von der Schalenmittelfläche auf die Schalenoberfläche erfaßt werden,
- die Diskretisierung der Kontaktoberfläche kann hier im Gegensatz zur klassischen Betrachtungsweise bei der Optimierung z. B. der Materialausnutzung unverändert bleiben, lediglich die auf die Oberfläche bezogenen Elementmatrizen müssen iterativ verändert werden und
- Singularitäten, z. B. infolge von Unstetigkeiten in der Belastung der Oberfläche, können direkt am Ort ihres Auftretens erfaßt werden.

Die Entwicklung konsistenter Schalentheorien erfolgt heute in anerkannter Weise auf der Grundlage energetischer Betrachtungen. Auch bei den von uns entwickelten Theorien wird dieser Zugang gewählt. Hierbei wird das Verschiebungsfeld des Schalenraumes $\mathbf{u}\left(\Theta^i\right)$ in der Basis der Oberfläche $\mathbf{A}^i$ dargestellt, das durch ein vollständiges Funktionensystem

${}_l\Omega_i\left(\Theta^3\right)$ approximiert wird:

$$\overline{\mathbf{u}}\left(\Theta^i\right) = \overline{u}_i\left(\Theta^j\right)\mathbf{A}^i = \sum_{i=1}^{3}\sum_{l=0}^{\infty} {}_l\Omega_i\left(\Theta^3\right)\,{}_l\overline{u}_i\left(\Theta^\alpha\right)\mathbf{A}^i.$$

Aufbauend auf dieser Approximation lassen sich sehr allgemeine LAGRANGEsche Verzerrungsmaße formulieren, die durch eine konkrete Vorgabe der Funktionensysteme auf bekannte Reihendarstellungen führen. Der erhaltene Verzerrungstensor sowie der zweite PIOLA-KIRCHHOFFsche Spannungstensor finden Eingang in die Berechnung der inneren Energie des Flächentragwerkes. Die Berücksichtigung von Dickenelastizität ermöglicht zudem die dreidimensionale Beschreibung von orthotropem Materialverhalten. Mit Hilfe des DIRICHLETschen Prinzips wird ein isoparametrisches finites Schalenelement hergeleitet.

Durch verschiedene numerische Berechnungen werden die Besonderheiten einer oberflächenorientierten Schalentheorie aufgezeigt.

LITERATUR

[1] Y. Başar, M. Itskov, A. Eckstein, *Composite Laminates: Nonlinear Interlaminar Stress Analysis by Multi-Layer Shell Elements*, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering (1999), in press.

[2] M. Bischoff, E. Ramm, D. Braess, *A class of equivalent enhanced assumed strain and hybrid stress finite elements*, Computational Mechanics **22** (1999), 443–449.

[3] M. Curbach, *Sachstandbericht zum Einsatz von Textilien im Massivbau, DBV 203*, Deutscher Beton-Verein E. V., 1998.

[4] W. B. Krätzig, *Bestmögliche innere Schalengleichungen für schubweiche Werkstoffe unter Berücksichtigung von Dickenänderungen*, Archive of Applied Mechanics **64** (1993), 1–19.

[5] P. M. Naghdi, *Foundations of Elastic Shell Theory*, Progress in Solid Mechanic **4** (1963), 1–90.

[6] E. Ramm, *Geometrisch nichtlineare Elastostatik und finite Elemente*, Habilitation, Institut für Baustatik der Universität Stuttgart, Bericht Nr. 76-2, 1976.

[7] H. Rothert, B. Zastrau, *Herleitung und Anwendung einer kontaktproblemorientierten Schalentheorie*, Konstruktiver Ingenieurbau- Berichte (KIB) **38/39** (1981), 76–84.

[8] H. Rothert, B. Zastrau, *Herleitung und Anwendung einer kontaktproblemorientierten Schalentheorie,* Konstruktiver Ingenieurbau- Berichte (KIB), **38/39**, (1981), 76-84.

[9] B. Zastrau, R. Schlebusch, J. Matheas *Surface-related Shell Theories for the Treatment of Composites and Contact Problems,* In: M. Papadrakakis, A. Samartin, E. Onate (Eds.), *Proceedings of the Fourth Colloquium on Computation of Shells & Spatial Structures,* Chania-Crete, (2000), 76-84.

Diskrete und gemischt-diskrete Optimierung von Fachwerken mit genetischen Strategien

H. Schmidt*, G. Thierauf

Institut für Baumechanik / Baustatik
Universität GH Essen
E-Mail:
holger_schmidt@uni-essen.de

KURZFASSUNG

Zusammenfassung Der Vortrag beschäftigt sich mit der Optimierung von Fachwerken unter Verwendung verschiedener Evolutionärer Algorithmen und dem Programmsystem SLang[1].

Für die Parameterstudien und die diskrete bzw. gemischt-diskrete Optimierung wurden eine Konsole [3] und ein Turm [5] ausgewählt. Sowohl Evolutionsstrategien als auch Genetische Algorithmen wurden verwendet.
Die Evolutionären Algorithmen (EA) sind in der Lage, einmal gefundene lokale Optima wieder verlassen zu können. Voraussetzung ist eine nicht zu starke Homogenität der Population. Die Suche erfolgt unabhängig vom Startpunkt und in mehrere Richtungen gleichzeitig. Gründe dafür sind der Einsatz von stochastischen Verfahrenselementen und die Darstellung der Realisationen einer Problemstellung in einer Population. Bei jeder Optimierung werden für die Praxis akzeptable Lösungen gefunden. Ihre Güte ist entscheidend von der Anzahl der Generationen und der Populationsgröße abhängig. Die EA sind durch leicht verständliche und anwendbare Komponenten gekennzeichnet.
Die Optimierung mit EA ist zum Teil mit erheblichem Rechenaufwand verbunden. Vor allem, wenn die Strukturen und die Nebenbedingungen mit der Finite Elemente Methode berechnet werden. Der Beweis für die Lokalisierung eines globalen Optimums kann nicht erbracht werden. Die Evolutionären Algorithmen sind nicht für eine schnelle Suche geeignet.
Evolutionsstrategien (ES) und Genetische Algorithmen (GA) eignen sich gleichermaßen für die Optimierung von Fachwerken. Für das Erreichen guter Ergebnisse sollte die angewendete Strategie einfach strukturiert sein und einen elitären Charakter besitzen.
Die theoretischen Modelle der ES und der GA lassen sich einfach mit den im Programm system SLang zur Verfügung stehenden Routinen darstellen. Das Gleiche gilt für die Implementierung der Nebenbedingungen. Die Arbeitsweise der verwendeten Strategien kann als robust bezeichnet werden.

Für die gemischt-diskrete Optimierung werden zwei Wege (1.Weg: Finden einer kontinuierlichen Lösung mit allen Suchvariablen → Finden eines diskreten Variablensatzes → gemischt-diskrete Optimierung; 2.Weg: Initialisierung der Population → sofortige gemischt-diskrete Optimierung) verglichen. Die Aufspaltung in eine diskrete Population, welche nur die diskreten Suchvariablen enthält und in eine kontinuierliche Population, welche nur aus kontinuierlichen

[1] Programmsystem SLang, Univ.-Prof. Dr.-Ing. Christian Bucher, Institut für Strukturmechanik der Bauhaus-Universität Weimar

Suchvariablen besteht, ist sinnvoll. Je nach Bearbeitungsstand des Optimierungsvorganges werden diese zusammengefaßt oder getrennt bearbeitet. Die Optimierung nach dem 1.Weg liefert die konstanteren Ergebnisse und es besteht die Möglichkeit der Verringerung des Rechenaufwandes. Allerdings ist die Gefahr der frühzeitigen Einschränkung des Suchraumes zu beachten. Die besten Realisationen der gegebenen Problemstellung wurden mit der gemischt-diskreten Optimierung nach dem 2.Weg gefunden, wobei die Ergebnisse allerdings durch eine hohe Standardabweichung gekennzeichnet waren.

LITERATUR

[1] V.Nissen, *Einführung in Evolutionäre Algorithmen, Optimierung nach dem Vorbild der Evolution*, Vieweg & Sohn Verlagsgesellschaft mbH, Braunschweig/Wiesbaden, 1997

[2] E. Schöneburg, F. Heinzmann, S. Feddersen, *Genetische Algorithmen und Evolutionsstrategien,* Addison-Wesley-Verlag

[3] S.Rajeev and C.S.Krihnamoorthy, *Discrete optimization of structures using genetic algorithms,* from Journal of Structural Engineering ,VOL. 118, NO. 5, MAY 1992, American Society of Civil Engineers

[4] Jianbo Cai, *Diskrete Optimierung dynamisch belasteter Tragwerke mit sequentiellen und parallelen Evolutionsstrategien,* Dissertation an der Universität-Gesamthochschule Essen, Essen, 1995

[5] M.Bremicker, P.Y.Papalambrost and H.T.Loh, *Solution of mixed-discrete structural optimization problems with a new sequential linearization algorithm,* from Computers & Structures VOL. 37, NO. 4, pp. 451-461, 1990

[6] K.V.John, C.V.Ramakrishnan and K.G. Sharma, *Optimum design of trusses available --use of sequential linear programming with branch and bound algorithm,* Eng. Opt., 1988, Vol. 13, pp. 119-145

[7] Han Tong Loh and P.Y.Papalambros, *A Sequential Linearization Approach for Solving Mixed-Discrete Nonlinear Design Optimization Problems,* Journal of Mechanical Design, Sept. 1991, Vol. 133/ 325

[8] Dipl.-Ing. Jörg Riedel, *Entwicklung und Implementation genetischer Optimierungsstrategien zur Anwendung in der Systemidentifikation dynamischer Systeme,* Diplomarbeit, Bauhaus-Universität Weimar, April 1998

Analyse der vertikalen Tragfähigkeit historischer durch Holzstiele ausgesteifter Mauerwerkswände

Ronald Schrank, Hans-Alexander Biegholdt

Institut für Statik und Dynamik der Tragstrukturen
Universität Leipzig
E-Mail: rolf.thiele@uni-leipzig.de

KURZFASSUNG

Zusammenfassung Es wird ein FEM-gestütztes Rechenmodell für diese Wandkonstruktion entwickelt. Dieses soll mit Hilfe der Ergebnisse experimenteller Untersuchungen an bestehender Bausubstanz optimiert werden. Begleitende Versuchsserien dienen der Ermittlung der Festigkeitseigenschaften historischer Mauersteine sowie des Verbundverhaltens zwischen Mauerwerk und Holz. Primäres Ziel ist ein Bemessungsvorschlag für die Wandkonstruktion, welcher auf Parameterstudien am FEM-Modell basiert.

Viele der in der mitteldeutschen Region verbreiteten Gründerzeithäuser (ca. 1870-1920 erbaut) beinhalten eine typische Wandkonstruktion, welche oft als tragende dünne (d≈12cm) Innenwand anzutreffen ist. Die langen Standzeiten sowie die Ergebnisse von Belastungsversuchen sprechen für die beträchtliche Tragfähigkeit dieser historischen Wände (auch „Bundwände" genannt), welche auf das Zusammenwirken der Wandscheibe mit aussteifenden Holzstielen zurückzuführen ist.

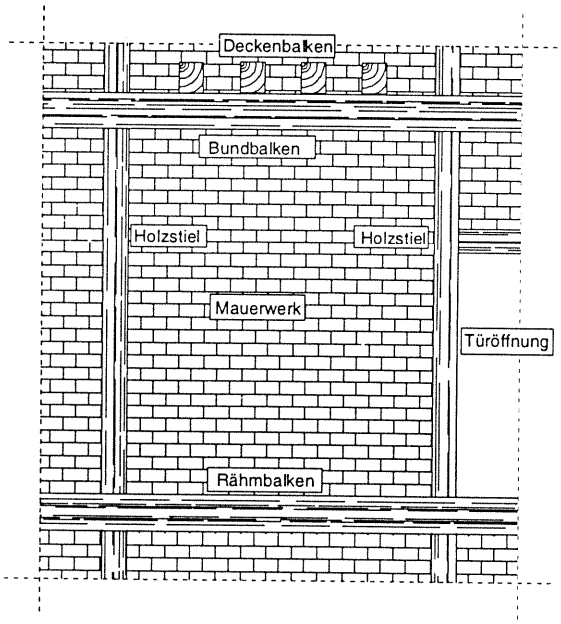


Abb. 1:
Skizziert ist die Variante der zweiseitig durch Holzstiele ausgesteiften Bundwand, wobei auf der rechten Seite eine Türöffnung anschließt.
Weitere Konstruktionsmöglichkeiten ergeben sich beispielsweise auch durch die einseitige mauerwerksmäßige Einbindung der Bundwand in eine reine Mauerwerkswand (z.B. Außenwand), während auf der anderen Seite die Aussteifung lediglich durch einen Holzstiel erfolgt.
Die Balken der Geschoßdecken können sowohl parallel als auch senkrecht zur Wandebene verlaufen. Ein geschoßweiser Wechsel der Spannrichtung ist nicht selten und hier angedeutet.

Das Ausbeulen des Mauerwerks infolge Vertikallast wird durch die Holzstiele behindert. Die tatsächliche Traglast liegt für die in Abb.1 dargestellte Bundwand zwischen der einer zweiseitig und der einer vierseitig gehaltenen Wand.
Das statische System als Holzfachwerk mit Mauerwerksausfachung anzunehmen, erfaßt das Tragverhalten sehr unrealistisch und würde zu einem Knicknachweis für die Holzstiele führen, welcher die Traglast des Gesamtsystems weit unterschätzt. Vielmehr haben Untersuchungen

ergeben, daß sich die Holzstiele aufgrund größerer Schwindverkürzungen der Aufnahme von Druckkräften entzogen haben.
Bisherige „Verlegenheits"-nachweise nach DIN 1053-1 (1996) für zweiseitig gehaltene Wände lassen die Tragreserven infolge der Aussteifung durch die Holzstiele gemäß Abb.1 unberücksichtigt, wogegen der Nachweis als vierseitig gehaltene Wand die Traglast überschätzt, da die Lagerung der vertikalen Ränder infolge der begrenzten Biegesteifigkeit der Holzstiele nicht als starr angenommen werden kann (vgl. auch [1] S.56).
Ein effektiver Nachweis auf Grundlage einer realistischen Erfassung des Tragverhaltens erfordert ein neues Bemessungskonzept.
Bemessungsgrundlage ist ein FE-Modell, an dem mittels Parameterstudien die für eine Tragfähigkeitsanalyse benötigten Daten gesammelt werden. Hierbei wird das FEM-Softwarepaket ANSYS genutzt, dessen breites Angebot an Elementtypen für diese Aufgabenstellung von Vorteil ist.
Das Mauerwerk wird mittels eines „verschmierten" Materialmodells abgebildet, indem ein Betonelement benutzt wird, welches aufgrund seiner Fähigkeit, Risse zu simulieren, das Tragverhalten des Bauteils gut darstellen kann. Dem Versagen infolge Instabilität läuft eine markante Rissbildung voraus, welche sich auch im FE-Modell zeigt. Dabei entwickeln sich ein oder mehrere durchgängige vertikale Risse infolge Biegezugversagen der Steine durch Beulen der Wand.
Ein weiterer Untersuchungsgegenstand ist der Anschluß des Mauerwerks an die Holzstiele. In der Praxis ist das Mauerwerk entweder stumpf an die Holzstiele gestoßen (sattes Ausmörteln der Stoßfuge), oder es ist ein Formschluß durch Ausbeilen der Holzstiele und Ausmörteln oder durch Anbringen von Dreikanthölzern an die Holzstiele erreicht worden. Die ersten beiden Fälle sind am häufigsten anzutreffen. Die numerische Simulation des Anschlusses erfolgt momentan durch die Verwendung von Kontaktelementen, welche die zur Querkraftübertragung notwendigen Reibungsvorgänge simulieren können. Benötigte Reibungszahlen werden aus entsprechenden Scherversuchen gewonnen. Dabei finden vorhandenes altes Holzmaterial, historische Mauerziegel und nachgebildeter historischer Mauermörtel zur Herstellung der Probekörper Verwendung.
Die geometrisch und materiell nichtlineare FEM-Berechnung ist oft durch Konvergenzprobleme infolge plötzlicher Steifigkeitsänderungen im System (Statusänderung der Kontaktelemente) und durch Versagen der o.g. Betonelemente (Rißbildung) an nicht maßgebenden Stellen (z.B. am Holzstiel infolge Zwängungen durch Änderung der Lagerbedingungen u.a.) gekennzeichnet. Es wird sukzessive auf ein wirklichkeitsnahes Versagensmuster und so auf eine realistischere Versagenslast hingearbeitet. Bevor das Rechenmodell jedoch zur Erarbeitung eines Bemessungskonzeptes herangezogen wird, müssen dessen theoretische Ergebnisse die der praktisch durchgeführten Messungen von Versagenslasten bestehender Bundwände bestätigen.
Weiterhin werden Versuchsserien zur Bestimmung der mechanischen Eigenschaften der historischen Mauersteine durchgeführt. Schwerpunkte sind dabei die Prüfung von Druckfestigkeit, Biegezugfestigkeit und E-Modul der Ziegel. Korrelationen mit Ergebnissen der Messung der Prellhärte der Steine im eingebauten Zustand zeigen gute Zusammenhänge und sollen zukünftige Steinprüfungen am Bauwerk zerstörungsfrei möglich machen.

LITERATUR

[1] Zeitschrift *„Bausanierung"*, Ausgabe März/April 1997, Bertelsmann Fachzeitschriften

Hochbeanspruchte Schalenregionen dünnwandiger einzelgestützter Stahlsilos mit Auslauftrichter

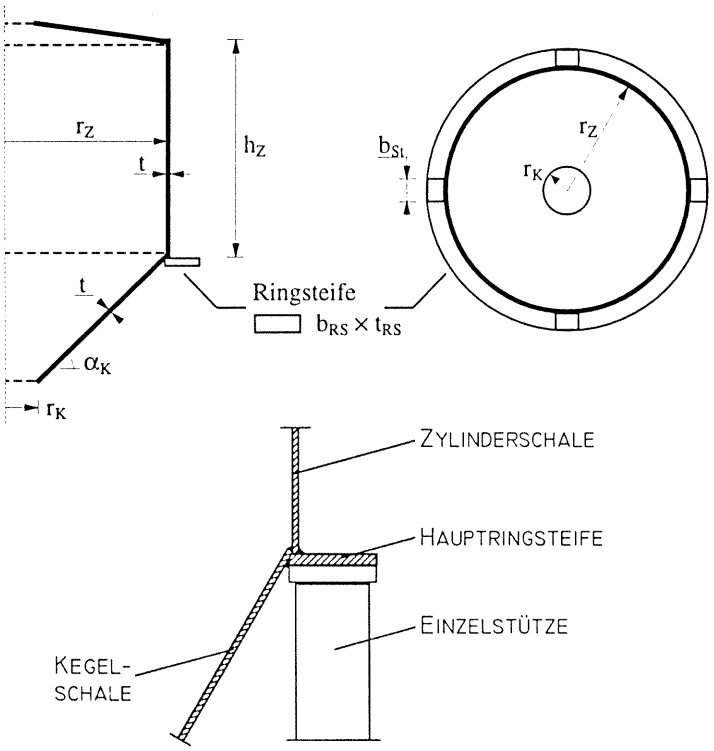
Dipl.-Wirtsch.-Ing. Holger Schroth*

Institut für Statik und Dynamik der Tragstrukturen
Universität Leipzig
E-Mail: schroth@bib1.wifa.uni-leipzig.de

KURZFASSUNG

Zusammenfassung Mit diesem Beitrag wird detailliert der Weg der Lasten von der Einleitung über die Verteilung bis hin zur Lastabtragung über die Einzelstützen nicht vertikalversteifter Silostrukturen mit Auslauftrichter beschrieben und auf der Basis von FEM-Untersuchungen qualitativ und quantitativ bewertet. Besonderes Augenmerk gilt den hochbeanspruchten Schalenregionen im Bereich der Einzelstützung und deren Beeinflussung durch verschiedene geometrische und strukturelle Parameter hinsichtlich des Kollapsverhaltes. Dabei ergibt sich nur in einem sehr eng begrenzten Bereich ein klassisches Schalenbeulversagen. In der überwiegenden Mehrheit von Parameterkombinationen dominiert ein knickstabähnliches Verhalten den Versagensprozeß.

Die Einschätzung des vorhandenen strukturellen Widerstandes bei Einleitung von Einzellasten in Schalenstrukturen gilt nach dem bisherigen Kenntnisstand als ein noch nahezu ungeklärtes Kapitel der Mechanik. Schwierigkeiten bei der Bemessung ergeben sich insbesondere dann, wenn neben der Einleitung der Einzellasten noch verstärkte Randstörphänomene das Problem in komplexer Weise beeinflussen, wie dies bei zylindrischen dünnwandigen Stahlsilos mit Auslauftrichter auf Einzelstützen (Skizze) der Fall ist.



Prinzipskizze des Aufbaus eines Silos auf Einzelstützen

Zur Bereinigung dieses Defizits werden FEM-Analysen in allen notwendigen Variationen – linear bis vollständig nichtlinear, perfekt und imperfekt – durchgeführt. Dabei sind die maßgebenden Streugrößen gemäß der nebenstehenden Skizze zuzüglich der Hauptparameter des Schüttgutes (γ, μ, λ) gem. DIN 1055/6 [1] in deren realistischen Grenzen abgedeckt (s.u.).

Neben den dargestellten Parametern werden zur besseren Beschreibung der Auflagerverhältnisse die folgenden Bezeichnungen

verwendet: n_{St} – Anzahl der Einzelstützen

μ_{St} – Bogenlängenverhältnis der Auflager, $\mu_{St} = \frac{n_{St} \cdot b_{St}}{2 \cdot \pi \cdot r_Z}$

Zur Einschränkung der vorhandenen Parameterfülle ist die Wandstärke über alle Schalenelemente der Struktur konstant gehalten. Weiterhin werden die Streuparameter auf die folgenden Spektren beschränkt, wobei die Ergebnisse insbesondere im Grenzbereich überprüft werden.

$2 \le h_Z / r_Z \le 16$	$200 \le r_Z / t_Z \le 800$	$30° \le \alpha_K \le 65°$	$2 \le t_{RS} / t_Z \le 8$
$15 \le b_{RS} / t_Z \le 50$	$4 \le n_{St} \le 8$	$0{,}005 \le \mu_{St} \le 0{,}1$	Schüttgut nach [1]

Innerhalb dieser Streubereiche weisen die Strukturen ein stark ausgeprägtes Umlagerungspotential für Vertikallasten auf, so daß die Form der Einleitung vertikaler Lasten für die Lastabtragung vernachlässigbar ist. Sowohl die Versagenslast als auch die Lastverteilung auf Zylinder und Kegel weicht bei identischer resultierender Füllast und identischer Geometrie nur minimal voneinander ab. Demgegenüber haben Parameter der Geometrie und der Steifigkeit einen sehr großen Einfluß, so daß dieser Bereich Schwerpunkt der Parameterstudie ist.

Der Membranspannungszustand der hochbeanspruchten Schalenregionen wird durch folgende zwei Verhältniswerte umfassend charakterisiert:

- *Unmittelbarer* Lastanteil der Zylinderschale (Z_v) / Gesamtlast nach [1] (G_{Nv}): $U = Z_v / G_{Nv}$
  (Als mittelbare Lastabtragung gilt die Einleitung über die Ringsteife in die Stütze.)

- Verhältnis zwischen vertikaler Kegel– (K_v) und Zylinderkraft (Z_v) : $V = K_v / Z_v$

Auf der Basis dieser beiden charakteristischen Werte gelingt es, die axiale Membranspannung im hochbeanspruchten Bereich der Zylinderschale zu bestimmen und daraus ableitend den Teil der Ringsteife zu ermitteln, der unter Annahme der Beibehaltung der mittleren Auflagerspannung aktiviert werden muß, um die gesamte Vertikallast abtragen zu können ($b_{St,eff}$, $\mu_{St,eff}$).

Die linear ermittelten Auflagerspannungen werden anschließend mit den Beullastfaktoren der vollständig nichtlinearen Untersuchen linear extrapoliert und mit den klassischen Zylinderbeulspannungen ins Verhältnis gesetzt. Dabei ergeben sich nur für einen sehr eingeschränkten Bereich direkte Vergleichbarkeiten zu den Abminderungsfaktoren der einschlägigen Normen (z.B. DIN 18800/4 bzw. der DASt-Ri. 017). In einem weit größeren Parameterspektrum lassen sich im hochbeanspruchten Zylinderschalenbereich eher knickstabähnliche Zustände feststellen. Ursache sind die vorliegenden Randstörungen. Sowohl in Qualität als auch in Quantität heben sich diese weit von der klassischen Schalentheorie rotationssymmetrischer Schalen ab. Hierzu werden 4 maßgebende Effekte genannt, charakterisiert und nach ihrem Einfluß auf Vesagensverhalten gewertet.

Abschließend werden Imperfektionsuntersuchungen nach verschiedenen Ansätzen vorgestellt, wobei zunächst alle Ansätze den Vorgaben der DIN 18800/4 genügen. Als geometrische Ersatzimperfektionen sind neben den Versagensmodi der vollständig nichtlinearen Untersuchung und der ersten Eigenform auch freie Formen untersucht worden. Im Ergebnis ist eine deutlich geringere Imperfektionssensitivität für derartige Strukturen festzustellen, als dies mit den normengerechten Abminderungsfaktoren auszuweisen wäre. Das Konzept der Imperfektionsvorgaben ist im Falle der Einzelstützungen kritisch zu hinterfragen.

LITERATUR

[1] *DIN 1055 – 6, Lastannahmen für Bauten – Lasten in Silozellen, Beuth Verlag, Berlin 1987*

Trägheitskräfte im Differentialgleichungssystem des räumlich wirkenden Stabes im Rahmen einer nichtlinearen Stabtheorie

E. Stanoev

Institut für Baustatik und Baudynamik
Universität Rostock, AS Wismar, PF 1210, 23952 Wismar
E-Mail: estanoev@bau.uni-rostock.de

KURZFASSUNG

Zusammenfassung ' Das partielle Differentialgleichungssystem des räumlich wirkenden, imperfekt geraden, ungedämpften Stabelementes wird auf der Basis nichtlinearer Kinematik mit Erfassung großer Verschiebungen und moderater Rotationen aufgestellt. Die Trägheitswirkung von exzentrisch angeschlossenen Stabmassen wird ohne Bildung einer expliziten Stabmassenmatrix erfaßt. Bei dieser zum statischen Fall konsistenten Lösung des DGL-Systems wird zunächst eine zeitliche Diskretisierung vorgenommen – der Zeitschrittoperator wird in den Differentialgleichungen eines Stabelementes berücksichtigt. Hieraus werden über eine numerische RUNGE-KUTTA-Integration Stab-Leitmatrizen und anschließend Stab-Steifigkeitsmatrizen gebildet. Allgemeine Gelenke an den Stab-Knoten-Anschlüssen können wie im statischen Fall durch Korrektur der erhaltenen effektiven Stabsteifigkeitsmatrix und der effektiven Stabrandschnittkräfte behandelt werden. An Beispielen wird die Brauchbarkeit des entwickelten Vorgehens demonstriert.

Das partielle Differentialgleichungssystem (DGL-System) des räumlich wirkenden, imperfekt geraden, ungedämpften Stabelementes wird bei vernachlässigter Querkraftgleitung und Wölbkrafttorsion in der prinzipiellen Form (1) – inkrementelle Formulierung - entwickelt.

$$\begin{bmatrix}\Delta z_{1,1}\\ \Delta z_{2,1}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}A_{11} & A_{12}\\ A_{21} & A_{22}\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}\Delta z_1\\ \Delta z_2\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}\Delta b_1\\ \Delta b_2\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}0\\ m\end{bmatrix}\cdot\Delta\ddot{z}_1 \qquad (1)$$

mit den unbekannten inkrementellen Verschiebungen bzw. Schnittkräften

$$\Delta z_1=\Delta\left(v_1 \quad v_2 \quad v_3 \quad \varphi_1 \quad \varphi_2 \quad \varphi_3\right)$$
$$\Delta z_2=\Delta\left(N_1 \quad N_2 \quad N_3 \quad M_1 \quad M_2 \quad M_3\right) \qquad (2)$$

Die Stablösung basiert auf einer numerischen Integration des DGL-System nach RUNGE-KUTTA und anschließender Ableitung der Stabsteifigkeitsmatrix bzw. des Stabrand-schnittkraftvektors. In Anlehnung an [1] werden nichtlineare Kinematik-Beziehungen (3a-b) für die Stabverzerrungen auf der Basis des Green'schen Verzerrungstensors verwendet, die große Verschiebungen und moderate Rotationswinkel erfassen.

$$\varepsilon=\begin{bmatrix}\varepsilon_1\\ \varepsilon_2\\ \varepsilon_3\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1 & \varphi_3 & -\varphi_2\\ -\varphi_3 & 1 & \varphi_1\\ \varphi_2 & -\varphi_1 & 1\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}v_{1,1}\\ v_{2,1}\\ v_{3,1}\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}0 & -0.5\varphi_2 & -0.5\varphi_3\\ 0.5\varphi_2 & 0 & -1\\ 0.5\varphi_3 & 1 & 0\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}\varphi_1\\ \varphi_2\\ \varphi_3\end{bmatrix} \qquad (3a\text{-}b)$$

$$\kappa=\begin{bmatrix}\kappa_1\\ \kappa_2\\ \kappa_3\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1 & 0.5\varphi_3 & -0.5\varphi_2\\ -0.5\varphi_3 & 1 & 0.5\varphi_1\\ 0.5\varphi_2 & -0.5\varphi_1 & 1\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}\varphi_{1,1}\\ \varphi_{2,1}\\ \varphi_{3,1}\end{bmatrix}$$

Die Trägheitsmatrix $\underline{m}$ des differentiellen Elementes enthält Anteile aus im allg. exzentrisch angeschlossenen Linienmassen und aus der in der Stabreferenzachse angreifenden Stabeigenmasse. Die sich aus dem Gleichgewicht am verformten System ergebenden geometrisch nichtlinearen Anteile in der $\underline{m}$-Matrix können optional berücksichtigt werden.

Die Grundidee des entwickelten Vorgehens ist, die Zeitschrittintegration der Bewegungsgleichungen im DGL-System durchzuführen und daran anschließend die numerische RUNGE-KUTTA-Integration entlang der Stabachsenkoordinate. Bei Einsatz des Zeitschrittoperators nach NEWMARK in einer inkrementellen Form

$$\Delta\dot{v}_{(n+1)} = \frac{\gamma}{\beta\,\Delta t}\Delta v_{(n+1)} - \frac{\gamma}{\beta}\dot{v}_{(n)} - \Delta t\left(\frac{\gamma}{2\beta} - 1\right)\ddot{v}_{(n)} \qquad (4a\text{-}b)$$

$$\Delta\ddot{v}_{(n+1)} = \frac{1}{\beta\,\Delta t^2}\Delta v_{(n+1)} - \frac{1}{\beta\,\Delta t}\dot{v}_{(n)} - \frac{1}{2\beta}\ddot{v}_{(n)}$$

ist die Belegung des DGL-Systems eines RUNGE-KUTTA-Integrationsabschnittes

$$\begin{bmatrix}\Delta z_{1,1}\\ \Delta z_{2,1}\end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} + \dfrac{1}{\beta\,\Delta t^2}\,m & A_{22}\end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix}\Delta z_1\\ \Delta z_2\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}\Delta b_1\\ \Delta b_2\end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -m\dfrac{1}{\beta\,\Delta t}\dot{z}_1 - m\dfrac{1}{2\beta}\ddot{z}_1\end{bmatrix} \qquad (5)$$

Der letzte Term wird zusammen mit dem „statischen" Lastvektor)$\underline{b}$ als „rechte Seite" verarbeitet. Nach der RUNGE-KUTTA-Integration von (5) wird eine Stableitmatrix erhalten. Daraus lassen sich „effektive" Stabrandschnittkräfte und eine „effektive" Stabsteifigkeitsmatrix ableiten, die implizit die Trägheitswirkung der Stabmassen enthalten. Mit dieser Lösung werden das Beschleunigungs- und das Verschiebungsfeld im Stabkontinuum konsistent zueinander erfaßt. Auf der Stabebene und damit auch im Stabsystem wird die dynamische Lösung durch einen Zeitschrittoperator ohne explizite Massenmatrix durchgeführt. Allgemeine „Gelenke" an den Stab-Knoten-Anschlüssen können wie im statischen Fall durch Korrektur der erhaltenen Stabsteifigkeitsmatrix und der Stabrandschnittkräfte behandelt werden.

Probleme der numerischen Sensitivität und Genauigkeit aufgrund der Diskretisierung entlang der Stabachse werden diskutiert. Anhand von zwei Testbeispielen wird das Vorgehen zur konsistenten Erfassung der Trägheitswirkung kontinuierlicher Stabmassen mit der üblichen FEM-basierten Lösung für die Stabmassenmatrix verglichen.

LITERATUR

[1] U. Wienecke, *Zur wirklichkeitsnahen Berechnung von Stahlbeton- und Spannbetonstäben nach einer konsequenten Theorie II. Ordnung unter allgemeiner Belastung*
Diss., TH Darmstadt, 1985

[2] H. Müller, W. Graf, E. Stanoev, *Numerische Simulation des nichtlinearen Verhaltens von räumlich wirkenden Stahlbeton- und Spannbeton-Stabtragwerken unter quasistatischen Last- und Zwangsprozessen bei schwacher Torsion - eine Studie,* Neufassung des Berichtes zu dem Teil „Räumlich wirkende Systeme" des DFG-Projektes Mu 924/2-1,
TU Dresden, Lehrstuhl für Statik, 1999

[3] E. Stanoev, *Ein Beitrag zur nichtlinearen Statik und Kinetik räumlicher Stahlbeton-Stabtragwerke mit Seilvorspannung*, Habilitationsschrift, Universität Rostock, 2000.

Numerische Simulation des Tragverhaltens textilverstärkter Stahlbetontragwerke

Frank Steinigen

Lehrstuhl für Statik
Technische Universität Dresden
E-Mail: statik@rcs.urz.tu-dresden.de

KURZFASSUNG

Zusammenfassung Das Tragverhalten von Stahlbetonkonstruktionen mit nachträglich auf den Oberflächen aufgebrachter textiler Verstärkung wird bis zum Grenzzustand der Tragfähigkeit numerisch simuliert.

Die numerische Simulation soll sowohl Aussagen zum globalen Systemverhalten als auch zu lokalen Effekten wie Schubversagen zwischen Beton und textiler Verstärkung oder Delamination liefern.

Für Tragwerke aus Stahlbeton mit an den Oberflächen nachträglich angebrachten extrem dünnen textilen Verstärkungen wird ein problemspezifisches Berechnungsmodell genutzt. Sowohl dem Stahlbeton als auch den Verstärkungen wird je eine Referenzebene zugeordnet (Multi-Referenzebenen-Modell MRM). In diesen Referenzebenen liegen deckungsgleiche FE-Netze, deren sechs Knotenfreiheitsgrade als unabhängige Unbekannte eingeführt werden. Wie bei Gültigkeit der Kirchhoffschen Theorie üblich, wird die Änderung des Verschiebungsfeldes in Dickenrichtung der "Stahlbetonplatte" vernachlässigt.

Zur Erfassung der lokalen Effekte Schubversagen und Delamination in der Kontaktfläche zwischen Beton und textiler Verstärkung werden jeweils Relativverschiebungen zwischen Punkten beiderseits dieser Kontaktfläche berechnet. Diese diskrete Änderung des Verschiebungsfeldes senkrecht und parallel zur Dickenrichtung sowie phänomenologische Spannungs-Relativverschiebungs-Beziehungen für Schub und Delamination erlauben die Erfassung lokaler Effekte in der Kontaktfläche.

Jeder Referenzebene kann eine beliebige Anzahl von Sublayer zugeordnet werden. Insbesondere für den Stahlbeton wird damit die Erfassung der Stahlbetonnichtlinearitäten möglich. Bei der numerischen Simulation werden die relevanten physikalischen Nichtlinearitäten berücksichtigt.

Die nachträgliche Verstärkung bedeutet eine Systemänderung in Form einer A-posteriori-Systemmodifikation, die während der Abarbeitung des Belastungsprozesses wirksam wird.

Die vorgestellte numerische Simulation bildet die Grundlage für die Entwicklung neuer Konzepte für die Sicherheitsbeurteilung.

LITERATUR

Deutsche Forschungsgemeinschaft, Sonderforschungsbereich 528, Textile Bewehrungen zur bautechnischen Verstärkung und Instandsetzung, TU Dresden, 1999.
http://www.tu-dresden.de/biwitb/sfb528

Curbach, M. et.al., *Sachstandsbericht zum Einsatz von Textilien im Massivbau*, Deutscher Betonverein DBV, Heft 203, 1998.

Müller, H.; Möller, B., *Lineare und physikalisch nichtlineare Statik von Faltwerken Bausteine 1 und 2 des Programmsystems FALT-FEM - Grundlagen und Beispiele*, Bauforschung - Baupraxis, Heft 155, Bauinformation, Berlin, 1985, Nachdruck TU Dresden, Lehrstuhl für Statik, 1995

Möller, B.; Beer, M.; Graf, W.; Hoffmann, A., *FE-Modellierung von Composite-Konstruktionen aus Stahlbeton und textilen Verstärkungen*, Finite Elemente in der Baupraxis, Darmstadt, W. Ernst u. Sohn, Berlin, pp. 151-160, 1998.

Möller, B.; Graf, W. ; Hoffmann, A.; Steinigen, F., *Long-term damage processes in RC-folded plate structures with textile reinforcement*, eds. Selvadurai, A. P. S. & Brebbia, C.A., Damage and Fracture Mechanics VI, Montreal, WITPress: Southampton, Boston, pp. 119-128, 2000

Kluger, J., *Numerische Modelle zur physikalisch nichtlinearen Analyse von Stahlbeton-Faltwerken*, Publ. des Lehrstuhles für Statik der TU Dresden, Heft 1, 1999

Fluid–Struktur–Interaktion mit stabilisierten Finiten Elementen

Wolfgang A. Wall
Institut für Baustatik
Universität Stuttgart
e–mail: wall@statik.uni-karlsruhe.de

KURZFASSUNG

Zusammenfassung This paper discusses the numerical simulation of the dynamic interaction of shells exhibiting large deformations and incompressible, viscous fluids. Fluid–structure interaction is herein viewed as a three–field coupled problem, consisting of the physicial and/or computational fields – fluid, structure and moving mesh. Special focus is given to the stabilized finite element flow solver. Selected numerical examples demonstrate the performance of the overall computational procedure.

This study is focussed on the numerical solution of the time–dependent coupled motions of geometrically nonlinear structures and viscous incompressible Newtonian fluids. Typical areas of application, i.e. systems that could be appropriately described with these models, are e.g. liquid–filled storage tanks under strong dynamic excitations like earthquake motion, wind–induced vibrations of chimneys, cooling towers, submerged pipes, as well as applications in bio–engineering like cardiovascular blood flow.

The model adopted for the fluid domain is described by the instationary, incompressible Navier–Stokes equations. For the respective spatial discretization a fully stabilized finite element method – for two as well as three dimensional flow problems – is presented. Hereby the stabilization consists of elementwise evaluated perturbation terms, that are functions of the Euler–Lagrange equations, added to the standard Galerkin method. This enables the solution of convection dominated flow regions as well as the use of 'arbitrary' interpolation orders for velocity and pressure, in which the Navier–Stokes equations are formulated. Furthermore it provides an improved convergence behavior. This finite element method is then extended to time–dependent domains, i.e. to moving boundary problems. For this the conservation equations are reformulated within an arbitrary Lagrangean–Eulerian (ALE) framework. Among others the above methods are adopted for ALE–type simulations through respective modifications of the stabilization terms and stabilization parameters. ALE–formulations are based upon the introduction of an extra reference domain, the 'arbitrarily' moving mesh. This moving mesh is considered as a separate field in our multifield problem. General and efficient mesh moving schemes constitute a necessity for successful application of an ALE–formulation to more demanding cases and general geometries. In the present formulation a static pseudo–elastic approach is adopted and further improved.

The final three–field coupled problem consists of the two physical fields fluid and structure and of a third computational field – the moving finite element mesh in the fluid. This coupled problem is solved by partitioned analysis procedures. They easily allow the independent use of well established discretization and solution methods within each field, including the application of different types of time integration schemes and time step sizes (subcycling). At the same time software development is simplified and software modularity is preserved. The partitioned solution schemes applied in the concluding numerical examples include loose (sequential staggered) as well as strong coupling schemes (iterative substructuring) in a setting with non–overlapping partitions.

LITERATUR

[2] W.A. Wall, *Fluid–Struktur–Interaktion mit stabilisierten Finiten Elementen,* Ph.D.–Dissertation, Bericht Nr. 31, Institut für Baustatik, Universität Stuttgart, (1999).

[3] W.A. Wall, D.P. Mok, E. Ramm, *Partitioned Analysis Approach for the Transient, Coupled Response of Viscous Fluids and Flexible Structures,* In W. Wunderlich (ed), *Solids, Structures and Coupled Problems in Engineering,* Proc. European Conference on Computational Mechanics ECCM'99, Lehrstuhl für Statik, TU München, (1999).

[4] W.A. Wall, E. Ramm, *Fluid–Structure Interaction Based upon a Stabilized (ALE) Finite Element Method,* In S.R. Idelsohn, E. Oñate, E.N. Dvorkin (eds), *Computational Mechanics – New Trends and Applications,* Proc. 4th World Congress on Computational Mechanics, CIMNE, Barcelona, (1998).

Berechnung schlanker Brückenpfeiler für große Verschiebungen und nichtlineares Systemverhalten

Ingmar Wallmichrath

Arbeitsbereich 3-12: Statik und Dynamik der Baukonstruktionen
Technische Universität Hamburg-Harburg
ingmarwa@tu-harburg.de

KURZFASSUNG

Zusammenfassung: Entwicklung eines Modells und Berechnungsverfahrens zur Schnittgrößen- und Verformungsberechnung von Brückenpfeilern in Stahlbetonweise bei langen Talbrücken mit großen Pfeilerhöhen unter der Berücksichtigung von Langzeiteffekten wie Betonkriechen und –schwinden.

Der heutige Brückenbau wird in erster Linie von ökonomischen und ästhetischen Aspekten bestimmt. Im Massivbrückenbau wird aus wirtschaftlichen Gründen oft eine fugenlose monolithische Bauweise bevorzugt, so zum Beispiel im Übergangsbereich zwischen Über- und Unterbau. Eine architektonisch ansprechende Gestaltung der Brücke läßt oft schlanke Querschnitte, besonders auch bei den Pfeilern wünschenswert erscheinen.

Kern dieser Arbeit ist es, ein geeignetes mechanisches Modell und Berechnungsverfahren zu entwickeln, mit dessen Hilfe sich die Gebrauchs- und Bruchzustände für Brückenpfeiler in Stahlbetonbauweise berechnen lassen. Auch das hochgradig nichtlineare Baustoffverhalten des Stahlbetons soll so realistisch wie möglich mit in die Berechnung einfließen.

Die Untersuchung befaßt sich mit dem Brückentyp der langen Talbrücken auf hohen Pfeilern, wobei den „schwimmenden" Brückenkonstruktionen eine besondere Bedeutung zukommt. Dabei handelt es sich um einen Ausführungstyp, dessen Lagerungen am Brückenanfang und -ende horizontal verschieblich sind, und bei dem alle horizontalen Einwirkungen über die Brückenpfeiler in die Fundamente eingeleitet werden müssen. Weiterhin soll die Berechnung der Schnittgrößen und der Verformungen auch das Zusammenspiel zwischen den einzelnen Pfeilern sowie deren Abhängigkeit vom Überbau erfassen.

Die fugenlose Bauweise des Brückenträgers ruft zum Beispiel bei Temperatureinwirkung große Horizontalverschiebungen in den Randfeldern hervor. Sind die Brückenpfeiler monolithisch mit dem Überbau verbunden, müssen auch sie diese Verschiebungen aufnehmen können. Dies bedingt die Ausführung schlanker Pfeiler in Brückenlängsrichtung, die den Längsverschiebungen wenig Widerstand entgegensetzen.

Als eine günstige Form erweisen sich dabei Doppelpfeiler. Sie können bei schlanker Ausführung des Querschnitts einerseits der Brücke einen optisch anspruchsvollen Gesamteindruck verleihen, und andererseits sind sie auch in der Lage, eine sichere Lastabtragung während der verschiedenen Bauphasen zu gewährleisten. So treten zum Beispiel im Freivorbau große Momente im Brückenüberbau auf, die durch Ausbildung eines Kräftepaares in den Doppelpfeilern aufgenommen und direkt in die Fundamente abgeleitet werden können.

Die Einarbeitung des hochgradig nichtlinearen und zeitabhängigen Verhaltens des Baustoffes Stahlbeton kann zum Beispiel mit Hilfe des Standardverfahrens von Collins/Mitchell erfolgen. Hier lassen sich alle Eingangsgrößen wie die Material- und Querschnittsabhängigkeit sowie der Einfluß der Zeit auf den Baustoff in Form einer Momenten-Krümmungs-Beziehung in Ansatz bringen. Im nächsten Schritt sollen die Belastungen und geometrischen Imperfektionen in das System eingetragen werden. Die sich einstellenden Schnittgrößen und endgültigen Systemverformungen werden auf iterativem Weg berechnet und sollen sowohl für Kurzzeit- als auch für

Langzeiteinwirkungen wie das Betonkriechen und -schwinden ermittelt und dargestellt werden können.

Ziel dieser Berechnungen ist es, die Brückenpfeiler in ihrer Schlankheit und Querschnittsausbildung zu optimieren und so zum Beispiel den üblicherweise verwendeten recht schalungs- und fertigungstechnisch aufwendigen Hohlkastenquerschnitt durch eine geeignete und einfach zu realisierende Scheibenkonstruktion zu ersetzen.

LITERATUR

[1] M. Collins, D. Mitchell, *Prestressed Concrete Structures*, Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, New Jersey 07632, (1991).

[2] C. Menn, *Prestressed Concrete Bridges*, Birkhäuser Verlag AG Basel, (1990).

[3] Z., P. Bazant, L. Cedolin, *Stability of Structures*, New York Oxford, Oxford Press (1991).

[4] Z., P. Bazant, *Mathematical Modeling of Creep and Shrinkage of Concrete*, John Wiley & Sons Ltd. (1988).

[5] Jean-Marc Voumard, *Gateway Bridge, Brisbane, Australia – General Comments and Superstructure*, VSL Paper (unveröffentlich).

[6] André Vaucher, *Gateway Bridge, Brisbane, Australia – Pier Design*, VSL Paper (unveröffentlich).

[7] U. Starossek, *Shin Chon Bridge – Second-Order-Analysis of Piers*, Seoul (unveröffentlicht, 1998).

Experimentelle und numerische Untersuchungen der Rissbildung in unbewehrtem und bewehrtem Beton

B. Winkler

Institut für Baustatik, Festigkeitslehre und Tragwerkslehre
Universität Innsbruck
E-Mail: bernhard.winkler@uibk.ac.at

KURZFASSUNG

Zusammenfassung Zur Verifizierung eines elasto-plastischen Werkstoffmodells für unbewehrten und bewehrten Beton wurden experimentelle und numerische Untersuchungen an Betonwinkeln durchgeführt.

Traglastberechnungen von Betonstrukturen mit Hilfe der Methode der finiten Elemente (FEM) ermöglichen die numerische Simulation des nichtlinearen Tragverhaltens solcher Strukturen bis zum Eintritt des Versagens. Dadurch können eventuelle Schwächen eines Tragwerks, die erst bei höheren Laststufen zum Tragen kommen, erkannt werden. Bei derartigen Traglastberechnungen spielt die mathematische Formulierung des Zugversagens (Reißens) des Betons eine entscheidende Rolle. In den vergangenen drei Jahrzehnten wurde eine große Anzahl von nichtlinearen Werkstoffmodellen für unbewehrten und bewehrten Beton vorgeschlagen. Einen Überblick über Betonmodelle findet man z. B. in [4] oder [5]. Ältere Werkstoffmodelle für Beton sind jedoch durch den Nachteil netzabhängiger Ergebnisse gekennzeichnet. Diese vor allem bei unbewehrten und schwach bewehrten Bauteilen ausgeprägte Netzabhängigkeit äußert sich durch die Abnahme der berechneten Traglast mit fortschreitender Verfeinerung des FE-Netzes, ohne Konvergenz zu erzielen. Die Ursache für diese Netzabhängigkeit ist darauf zurückzuführen, dass das Werkstoffverhalten im Entfestigungsbereich durch ein Spannungs-Dehnungsdiagramm nicht objektiv beschrieben werden kann. Die Dehnung in einem auf Zug beanspruchten Probekörper ist im Entfestigungsbereich nicht mehr gleichmäßig über die gesamte Probenlänge verteilt, sondern es kommt vielmehr zu einer Lokalisierung der Dehnung in einem kleinen Bereich der Probe. In den letzten Jahren wurden Vorschläge für die Formulierung objektiver Materialmodelle für das Reißen von Beton veröffentlicht [2],[4],[5]. Im Rahmen des für Strukturberechnungen mittels der FEM gut geeigneten Konzepts der verschmierten Risse kann die erwähnte Netzabhängigkeit durch die Verwendung der spezifischen Bruchenergie des Betons vermieden werden.

Die vorliegende Arbeit beruht auf dem in [3] vorgeschlagenen elasto-plastischen Werkstoffmodell für biaxiale Spannungszustände. Die verwendete Fließfläche setzt sich aus der Bruchfläche von Rankine für Zugbeanspruchung und der Fließfläche von Drucker-Prager für Druckbeanspruchung zusammen. Ein Vergleich mit den Versuchsergebnissen von Kupfer [6] zeigt, dass die gewählten Fließfunktionen die experimentell ermittelte Bruchumhüllende des Betons für ebene Spannungszustände sehr gut beschreiben. Das Materialverhalten des unbewehrten Betons unter Zugbeanspruchung wird mit Hilfe eines geeigneten Entfestigungsgesetzes unter Verwendung der spezifischen Bruchenergie für Zugversagen beschrieben. Das Druckverhalten wird an Hand eines parabolischen Ver- und Entfestigungsgesetzes definiert, wobei auch hier die Objektivität im Entfestigungsbereich durch die Verwendung der spezifischen Bruchenergie für Druckversagen [3] gewährleistet wird. Ausgehend von der einaxialen Spannungs-Dehnungsbeziehung des eingebetteten Bewehrungsstabes unter Zugbeanspruchung lt. CEB-FIP Modelcode 1990 [1] wird das Rissverhalten des bewehrten Betons (Tension Stiffening Effekt) durch die Modifizierung des Materialverhaltens des Betons berücksichtigt [7]. Unter der Voraussetzung, dass sich der Tension Stiffening Effekt als Funktion der Dehnsteifigkeit der Bewehrung in Richtung normal zu den sich bildenden Rissen darstellen lässt, ist es möglich, das einaxiale Tension Stiffening Modell lt. MC90 [1] für ebene Spannungszustände und mehrere Bewehrungslagen unterschiedlicher Orientierung zu erweitern. Der Übergang von unbewehrtem zu bewehrtem Beton erfolgt mit Hilfe des minimalen Bewehrungsprozentsatzes lt. CEB-FIP Modelcode 1990

[1]. In bewehrtem Beton mit weniger als der Mindestbewehrung ist der Stahl nicht in der Lage, die bei Auftreten des ersten Risses im Beton vorhandenen Zugspannungen zu übernehmen. Der damit verbundene Versagensmodus entspricht dem des unbewehrten Betons. Daher stellt der minimale Bewehrungsprozentsatz als Grenzwert ein geeignetes Kriterium zur Definition des Übergangsbereichs zwischen unbewehrtem und bewehrtem Beton dar.

Das zuvor beschriebene elasto-plastisches Werkstoffmodell für unbewehrten und bewehrten Beton wurde als benutzerdefiniertes Materialmodell in das FE-Programmsystem ABAQUS implementiert. Zur Verifizierung des Werkstoffmodells wurden am Institut Versuche an unbewehrten und bewehrten Betonwinkeln durchgeführt. Die Betonwinkeln haben eine Seitenlänge von jeweils 500 mm, eine Breite von 250 mm und eine Dicke von 100 mm. Die einseitig eingespannten Winkel wurden durch eine Einzellast beansprucht. Das Versuchsprogramm umfasste vier Versuchsreihen. In der ersten Versuchsreihe wurden unbewehrte Betonwinkel geprüft, in der zweiten Betonwinkel mit 2 horizontalen und vertikalen Bewehrungsstäben. Die Versuchskörper für die dritte und vierte Versuchsreihe wurden mit einem Bewehrungsgitter, das unter einem Winkel von 0° bzw. 45° angeordnet wurde, bewehrt. Die verwendeten Stabdurchmesser der Bewehrung betrugen 6 mm und wurden mit einer Betondeckung von 25 mm und einem Abstand von jeweils 50 mm mittig im Betonquerschnitt angeordnet. In der Folge wurden für jede Versuchsreihe getrennt, die Mittelwerte der einaxialen Werkstoffparameter des Betons bzw. des Bewehrungsstahls bestimmt. Die Ergebnisse der experimentellen Untersuchungen beinhalten die Ermittlung der Traglasten, der Rissverläufe und der Last-Verschiebungsdiagramme vor und nach Erreichen der Traglast. Die numerischen Untersuchungen wurden an jeweils drei konsistent verfeinerten Netzen durchgeführt. Auf Grund der konsistenten Netzverfeinerung kann die Objektivität des Materialgesetzes, sowohl für den unbewehrten als auch für den bewehrten Beton, bezüglich der gewählten Diskretisierung überprüft werden. Die Ergebnisse umfassen die Bestimmung der Taglast, der Rissbildung bzw. der Rissentwicklung und als zusätzliche Information die Materialschädigung des Betons. Der Vergleich der Ergebnisse aus den experimentellen und numerischen Untersuchungen ergibt eine gute Übereinstimmung der Last-Verschiebungsdiagramme bzw. der Traglasten. Die numerisch ermittelten Rissverläufe entsprechen jenen Rissverläufen, die in den Versuchen bestimmt wurden. Ebenfalls ist es möglich, mit Hilfe der Materialschädigung das Rissverhaltens des Betons zu beschreiben und die im Experiment beobachteten Effekte wiederzugeben.

LITERATUR

[1] CEB-FIP, *Model Code 1990,* Bulletin d'information, CEB, (1991).

[2] P. H. Feenstra, R. De Borst, *Aspects of robust computational modelling for plain and reinforced concrete*, Heron, **38/4**, (1993).

[3] P. H. Feenstra, R. De Borst, *A composite plasticity model for concrete*, International Journal of Solids and Structures, **33**, (1995), 707-730.

[4] G. Hofstetter, H. A. Mang, *Computational mechanics of reinforced concrete structures*, Vieweg&Sohn, (1995).

[5] J. Isenberg, *Finite Element Analysis of Reinforced Concrete Structures II*, ASCE, (1993).

[6] H. K. Kupfer, H. Rüsch, *Behaviour of concrete under biaxial stresses*, ACI Journal, **66**, (1969), 656-666.

[7] R. Meiswinkel, H. Rahm, *Modelling tension stiffening in RC structures regarding nonlinear design analyses*, European Conference on Computational Mechanics ECCM 1999, (1999).

Ingenieurmäßige Bemessungsmethoden zur Berücksichtigung der Interaktion zwischen Beulen und Knicken

Jianzhong Zhu

Lehrstuhl für Statik und Dynamik
BTU Cottbus
E-Mail: zhu@statik.tu-cottbus.de

KURZFASSUNG

Zusammenfassung Es wird über das grundsätzliche Tragverhalten beim Zusammenwirken zwischen globalem Knicken und lokalem Beulen diskutiert. Eine einfache ingenieurmäßige Bemessungsmethode wird vorgeschlagen.

Die Tragfähigkeit dünnwandiger Profile ist oft durch Instabilitätserscheinungen begrenzt. So kann sich ein dünnwandiges Profil der Lastaufnahme entziehen, indem es ausbeult. Träger aus dünnwandigen Profilen können als Ganzes in Form von Biegeknicken bzw. Biegedrillknicken ihre Tragfähigkeit verlieren.

Zur Vereinfachung der Stabilitätsuntersuchung wird das Gesamtstabilitätsproblem in der Praxis häufig in zwei Teilprobleme - das globale Knicken und das lokale Ausbeulen - getrennt. Für die Untersuchung jedes der beiden Teilprobleme werden die vorhandenen Ausweichmöglichkeiten um jene reduziert, die gerade für das andere Teilproblem maßgebend sind. Bei der Knickuntersuchung wird durch die Annahme der Querschnittstreue die Möglichkeit eines mit Beulerscheinungen kombinierten Versagens ausgeschlossen, während bei Beuluntersuchung mit der Annahme, dass ein Querschnittsteil durch die anderen Querschnittsteile unverschieblich gelagert ist, ein mit globalem Ausknicken verbundenes Versagen nicht berücksichtigt wird. Diese Vorgehensweise ist nur dann berichtigt, wenn sich die Verzweigungslasten weit von einander unterscheiden. Sonst muß die Interaktion zwischen Beulen und Knicken berücksichtigt werden.

In diesem Beitrag wird zuerst über das Tragverhalten beim Zusammenwirken zwischen globalem Knicken und lokalem Beulen diskutiert. Dann wird über die gültigen Vorschriften DIN 18800 und DASt-Richtlinie 016 gesprochen. Es wird gezeigt, dass die Regelung in DIN 18800 Teil 2, Abschnitt 7 und in der DASt-Richtlinie 016 das grundsätzliche Tragverhalten nicht richtig beschreiben kann und das Ergebnis sehr konservativ ist, obwohl der Rechenaufwand sehr beträchtlich ist. Die Vorgehensweise nach DIN 18800 Teil 3, Element 503 ist zwar sehr einfach, kann aber weit auf der sicheren Seite liegen. Nach DIN 18800 Teil 3 ist dies insbesondere dann der Fall, wenn die Normalspannung mehr aus Biegemomenten als aus Normalkraft stammt und gleichzeitig der Abminderungsfaktor für das Knicken relativ klein ist.

Es wird eine einfache Bemessungsmethode zur Berücksichtigung der Interaktion zwischen Beulen und Knicken vorgeschlagen. Die Berechnungsergebnisse zeigen, dass sie trotz ihrer Einfachheit gute Ergebnisse liefert und als eine Alternative zu DIN18800 Teil 3, Element 503 betrachtet wird.

Ein Finite-Elemente-Konzept zur Berechnung von vorgespannten Membrantragwerken

René Ziegler
Institut für Baustatik
Universität Karlsruhe (TH)
e–mail: Rene.Ziegler@bs.uni-karlsruhe.de

KURZFASSUNG

Zusammenfassung Ein theoretisches Modell zur Beschreibung von Falten in Membranen wird entwickelt. Mit dem Algorithmus ist es möglich die gefalteten Bereiche zu bestimmen und den zugehörigen zulässigen Spannungszustand zu berechnen. Das Vorgehen beruht auf der Eingrenzung eines straffen Gebietes durch zwei unabhängige in den Hauptspannungen formulierten Nebenbedingungen. Die Linearisierung führt zu einer konsistenten Tangente welche eine zuverlässige Konvergenz der numerischen Berechnung ermöglicht.

Das Bauen mit textilen Membranen ist die Suche nach der optimalen Form. Das Konstruktionsmaterial ist ausgesprochen zweidimensional und verfügt über eine vernachlässigbare Biegesteifigkeit, dadurch ist die Lastabtragung ausschließlich über Zugkräfte möglich. Erst durch das Zusammenfügen der Membrane zu einer vollständig dreidimensionalen Struktur und das Vorspannen entsteht ein Tragwerk. Unter Lasteinwirkung erfahren Membrane typischerweise große Verformungen und erfordern deshalb eine geometrisch nichtlineare Strukturanalyse. Druckspannungen werden durch das Ausweichen der Membrane aus der Strukturebene vermieden und es treten Falten auf. Durch das druckschlaffe Verhalten der Membrane ist die lineare Beziehung zwischen den Spannungen σ und den Verzerrungen ε nicht mehr gegeben.

Aus diesem Grund wurde eine herkömmliche Membranformulierung erweitert, um im Rahmen einer statischen Berechnung den Spannungs– und Verformungszustand der Gesamtstruktur korrekt zu erfassen. Das faltenfreie, straffe Gebiet kann durch Auswertung der Hauptspannungen eingegrenzt werden.

$$f_1 := -\sigma_1 \leq 0 \qquad \text{und} \qquad f_2 := -\sigma_2 \leq 0 \tag{1}$$

Um die Falten innerhalb der Membranstruktur abbilden zu können, wird der Verzerrrungstensor ε mit

$$\varepsilon = \varepsilon^e + \varepsilon^w \tag{2}$$

in einen elastischen Anteil ε^e und einen gefalteten Anteil ε^w aufgeteilt. Das Einsetzten der Gleichung (??) in die konstitutive Beziehung führt mit

$$\sigma = \mathbb{C} : (\varepsilon - \varepsilon^w) \tag{3}$$

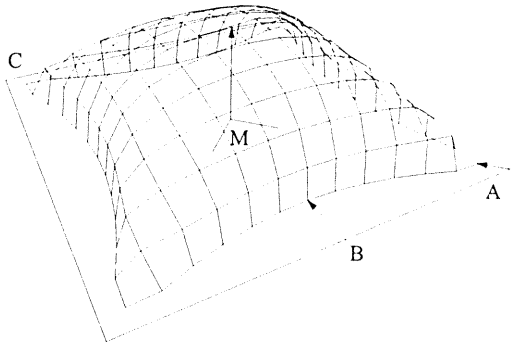
zu einem einen zulässigen Spannungszustand. Da der gefaltete Anteil ε^w a priori unbekannt ist, erfolgt die Berechnung des tatsächlichen Spannungszustands, ausgehend von $\sigma^{trial} := \mathbb{C} : \varepsilon$, durch die Formulierung einer Minimierungsaufgabe welche mit den Nebenbedingungen aus Gleichung (??) zu einem Optimierungsproblem entwickelt wird.

$$\mathcal{L}(\tau, \lambda^\alpha) := \frac{1}{2}(\sigma^{trial} - \sigma) : \mathbb{C}^{-1} : (\sigma^{trial} - \sigma) + \sum_{\alpha=1}^{2} \lambda^\alpha f_\alpha(\tau) \;\rightarrow\; stat. \tag{4}$$

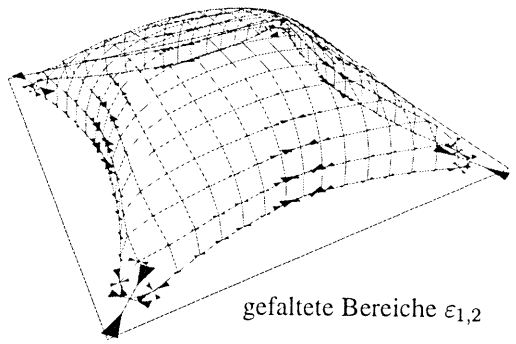
Durch die konsistente Linearisierung auf lokaler Ebene wird an jedem Gaußpunkt ein zulässiger Spannungszustand ermittelt, während für die globale Iteration mit

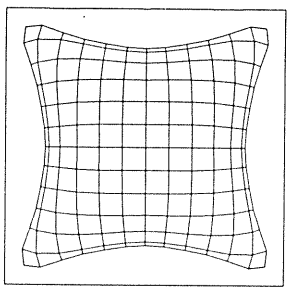
$$\begin{aligned} \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{\sigma}}{\mathrm{d}\boldsymbol{\varepsilon}} = \mathbb{C}_T = \bar{\mathbb{C}} - g^{\beta\alpha}\mathbf{N}_\beta \otimes \mathbf{N}_\alpha \quad &\text{für alle} \quad \alpha, \beta \in \mathbf{J}_{act} \\ \text{mit} \quad g^{\beta\alpha} &= \left[\partial_{\boldsymbol{\sigma}} f_\alpha : \bar{\mathbb{C}} : \partial_{\boldsymbol{\sigma}} f_\alpha\right]^{-1} \\ \mathbf{N}_\alpha &= \bar{\mathbb{C}} : \partial_{\boldsymbol{\sigma}} f_\alpha \\ \bar{\mathbb{C}}^{-1} &:= \mathbb{C}^{-1} + \lambda^\beta \partial^2_{\sigma\sigma} f_\beta \end{aligned} \tag{5}$$

ein Tangentenmodul zur Berechnung der schwachen Form bereitgestellt wird. Neben dem Kissen unter Innendruck belegen verschiedene numerische Beispiele das robuste Verhalten des vorgeschlagenen Algorithmus.

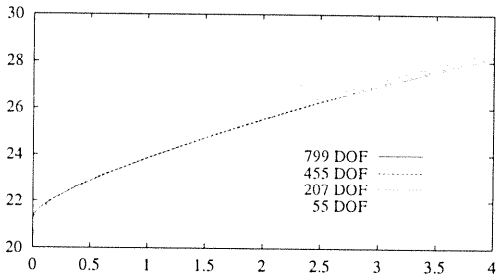


Grundriss (verformte Figur)





Last–Verschiebungskurve von Punkt M



LITERATUR

[1] Simo, J.C. und Hughes, T.J.R, *Computational Inelasticity,* Springer, (1997).

[2] Roddeman, D.G., *Finite-Element Analysis of Wrinkling Membranes,* Comm. Appl. Num. Meth., **7**, (1991), 299–307.

[3] Contri, P. und Schrefler, B.A., *A Geometrically Nonlinear Finite Element Analysis of Wrinkled Membrane Surfaces by a No–Compression Model,* Comm. Appl. Num. Meth., **4**, (1988), 5–15.

[4] Ziegler, R., Bletzinger, K.-U. und Wagner, W., *A Multisurface Concept for the Finite–Element Analysis of Wrinkling Membranes,* in: Papadrakakis, M., Samartin, A., Oñate, E., (Hrsg.), *Fourth International Colloquium on Computation of Shell and Spatial Structures,* 2000.