Institut für Baustatik
Leiter: Prof. Dr.-Ing. habil. W. Wagner

Erweiterung eines gradientenbasierten Schädigungsmodells zu Simulation geschichteter Schalentragwerke

Tabea Moik

1. Motivation und Ziele

Bauteile aus Mehrschichtverbunden werden heutzutage in vielen Anwendungsbereichen wie z.B. in der Luft- und Raumfahrt verwendet. Um die Tragfähigkeit dieser Bauteile vollständig ausnutzen zu können, ist eine Vorhersage der maximalen Traglast von großer Bedeutung.

Eine Entfestigung erfolgt durch ein fortschreitendes Wachstum der im Material befindlichen Mikrodefekte während einer Deformation. Dieses Materialverhalten kann durch ein lokales Schädigungsmodell abgebildet werden. In der numerischen Simulation weist dieses aufgrund einer Schädigungslokalisierung eine starke Netzabhängigkeit auf.

Das Lokalisierungsproblem wird durch eine Gradientenerweiterung beseitigt. Zur Beschreibung eines Mehrschichtverbundes wird das gradientenbasierte Schädigungsmodell für geschichtete dünnwandige Strukturen erweitert.

2. Schalenkonzept und Laminattheorie

Die Schalentheorie ermöglicht die Untersuchung beliebig belasteter dünnwandiger Strukturen. Dabei werden die Spannungen $\mathbf{S}$ und die Verzerrungen $\mathbf{E}$ auf eine Referenzfläche projiziert. Es resultieren Schalenschnittgrößen $\boldsymbol{\sigma}$ und Schalenverzerrungen $\boldsymbol{\varepsilon}$. Unter Verwendung der Laminattheorie werden die Verzerrungs- und Spannungsgrößen abschnittsweise über die Schichtdicke integriert und aufsummiert.

$$\mathbf{E} = \mathbf{A}\boldsymbol{\varepsilon}; \quad \boldsymbol{\sigma} = \sum_{k=1}^{n_{lay}} \int_{h^{k-}}^{h^{k+}} \mathbf{A}_k^{\mathrm{T}} \mathbf{S}_k \, \mathrm{d}\zeta = \sum_{k=1}^{n_{lay}} \int_{h^{k-}}^{h^{k+}} \mathbf{A}_k^{\mathrm{T}} \mathbf{C}_k \mathbf{A}_k \, \mathrm{d}\zeta \, \boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{D}\boldsymbol{\varepsilon}$$

3. Regularisiertes Schädigungsmodell

Im Rahmen des lokalen Schädigungsmodells wird die Verzerrungsenergiefunktion ψ_0 um die Abminderungsfunktion $f(d)$ abgemindert: $\psi = f(d)\psi_0$. Dabei stellt d die lokale Schädigungsvariable dar. Innerhalb der Gradientenerweiterung wird zusätzlich ein globales Variablenfeld φ eingeführt. Dafür wird ψ um zwei Terme erweitert:

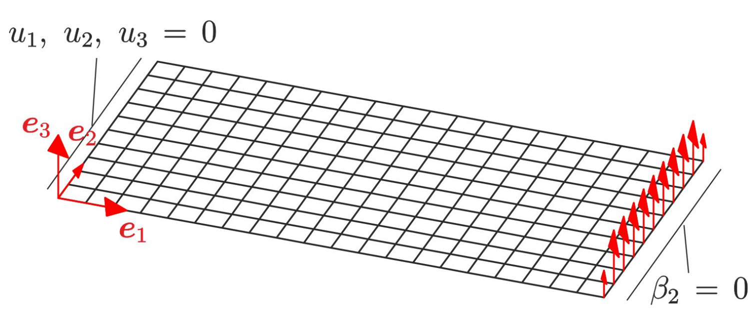
$$\bar{\psi} = f(d)\psi_0 + \frac{c_d}{2}\|\nabla\varphi\|^2 + \frac{\beta_d}{2}[\varphi - \gamma_1 d]^2$$

Der erste Term $\frac{c_d}{2}\|\nabla\varphi\|^2$ stellt den Gradiententerm dar, mit dem das Maß der Schädigungsstreuung über die Elementgrenzen bestimmt wird. Der zweite Term $\frac{\beta_d}{2}[\varphi - \gamma_1 d]^2$ ist für die Bestrafung der Differenz der lokalen und globalen Schädigungsvariable d und φ zuständig.

Mit der Gradientenerweiterung geht in der Finiten Elemente Methode eine gemischte Formulierung für die Verschiebungen $\mathbf{u}$ und der globalen Schädigungsvariable $\boldsymbol{\varphi}$ einher. Es resultiert ein nichtlineares Gleichungssystem, das iterativ gelöst werden muss.

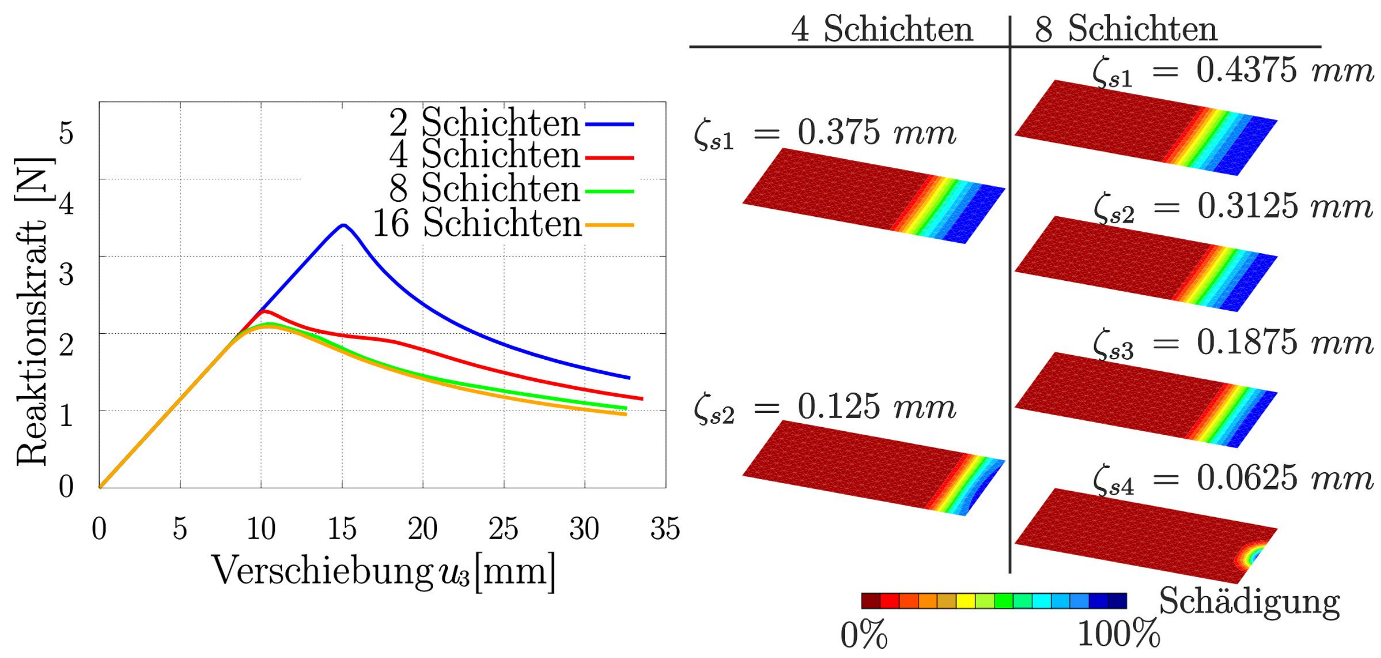
4. Numerische Beispiele und Fazit

Zur numerischen Untersuchung des entwickelten Modells wird ein Einfeldträger unter Biegebeanspruchung belastet. Durch Ausnutzung der Symmetriebedingungen kann die Untersuchung auf die Hälfte des Systems beschränkt werden.



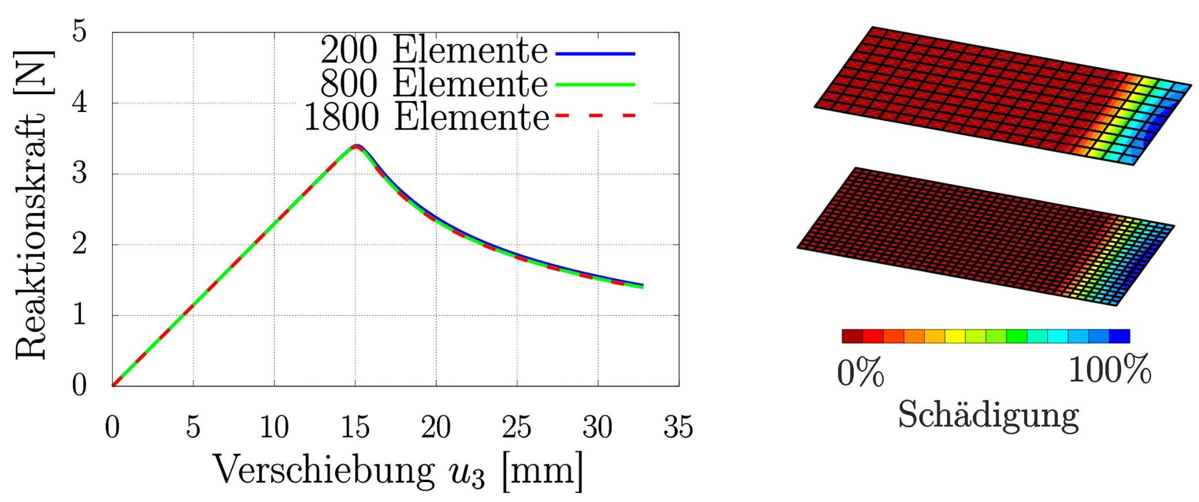
FE-Modell eines Einfeldträgers

Unter Biegebeanspruchung ist die Schädigungsverteilung über die Bauteilhöhe nicht konstant. Um letztere möglichst genau abbilden zu können, ist eine Mindestanzahl numerischer Schichten notwendig.



Einfluss numerischer Schichtung

Weiterhin wird gezeigt, dass durch die Gradientenerweiterung ein eindeutiges Ergebnis erzielt wird. Die Last-Verschiebungs-Kurven verschieden diskretisierter Modelle sind nahezu identisch.



Netzkonvergenzstudie