Karlsruher Institut für Technologie

BAUSTATIK

Institut für Baustatik
Leiter: Prof. Dr.-Ing.
habil. W. Wagner

Inkrementelle Formulierung und FE-Implementierung von 1D-Materialgesetzen mit künstlichen neuronalen Netzen

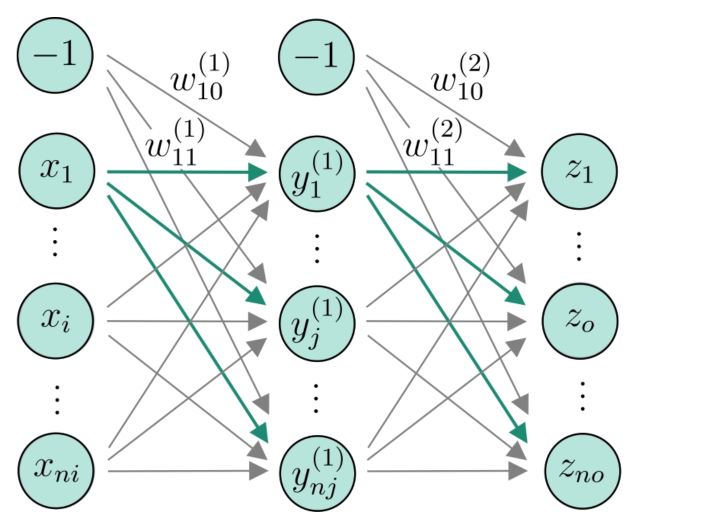
Anastasiia Volovikova

1. Einleitung und Motivation

Berechnungen im Bauingenieurwesen werden überwiegend unter Annahme eines linear-elastischen Materialverhaltens durchgeführt. In anderen Ingenieurdisziplinen kann es allerdings von großer Bedeutung sein, nichtlineares Materialverhalten der Werkstoffe abbilden zu können. Das Ziel dieser Arbeit ist die Erforschung der Möglichkeit, nichtlineare 1D-Materialmodelle durch ein künstliches neuronales Netz (KNN) in der Finite-Elemente-Methode (FEM) einzusetzen und somit die rechnergestützte Berechnung materiell nichtlinearer Werkstoffe zu erlauben.

2. Künstliches neuronales Netz

Das KNN ist ein trainierbarer Algorithmus, dem man mithilfe von Datenpunkten beibringt, eine bestimmte Klasse von Problemen zu lösen. Das KNN besteht aus Neuronen, die über gewichtete Verbindungen Informationen austauschen.



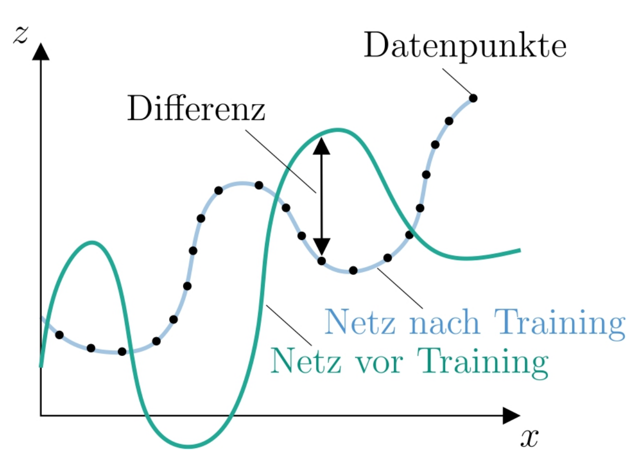
$$z_1 = -1 \cdot w_{10}^{(2)} + \sum_{j=1}^{nj} y_j^{(1)} w_{1j}^{(2)}$$

$$y_j^{(1)} = -1 \cdot w_{j0}^{(1)} + \sum_{i=1}^{ni} x_i w_{ji}^{(1)}$$

$$\vdots$$

Die Differenz zwischen den Soll-Ausgabenwerten der Datenpunkte d_j und Ist-Ausgabenwerten des Netzes z_j fasst man zusammen in eine Fehlerfunktion.

$$E(w) = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{n_0} (d_j - z_j)^2 \;\rightarrow\; \text{MIN}$$



Das Ziel des Trainings ist die von den Gewichten w_{ji} abhängige Fehlerfunktion $E(w)$ durch die Gewichtsaktualisierung mithilfe der „Backpropagation of Error" zu minimieren.

3. Explizite und inkrementelle Form

Das KNN kann für die Funktionsapproximation der Spannung verwendet werden. Im Allgemeinen unterscheidet man zwischen der expliziten und inkrementellen Form bei der Erzeugung der Trainingsdaten. Für den linear-elastischen Fall kann man die Trainingsdaten beispielsweise wie folgt erzeugen:

$$\text{explizit} \quad S_{x_i}^{\text{expl}} = E E_{x_i}$$

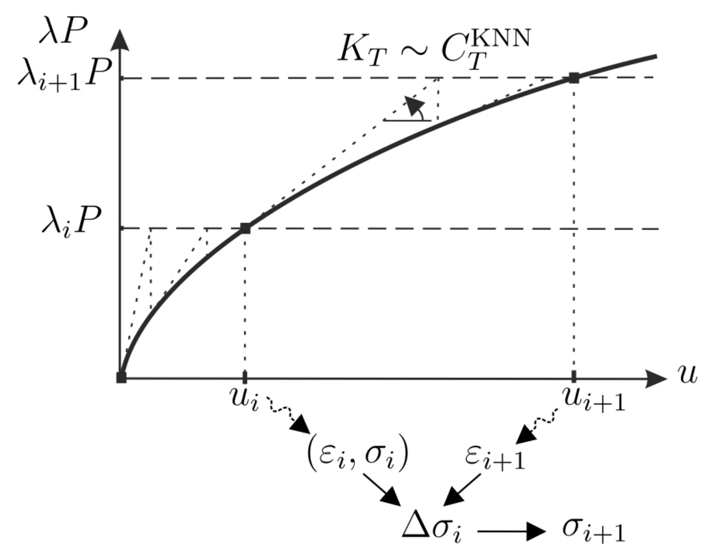
$$\text{inkrementell} \quad \Delta S_{x_i}^{\text{inkr}} = E\left(E_{x_i} + \Delta E_{x_i}\right) - S_{x_i}$$

Bei der expliziten Form wird die Spannungsfunktion in Abhängigkeit des aktuellen Verzerrungszustandes gebildet, während bei der inkrementellen Form das Spannungs-Verzerrungspaar des letzten GGW-Punktes sowie das Verzerrungsinkrement des Newton-Verfahrens für die Bestimmung des Spannungsinkrementes verwendet werden. In beiden Fällen kann über das Netz auch die Materialtangente durch analytische Ableitung bestimmt werden:

$$C_T^{\text{KNN}} = \frac{\partial S_{x_i}^{\text{KNN}}}{\partial E_{x_i}} .$$

4. Untersuchungen am Zugstab

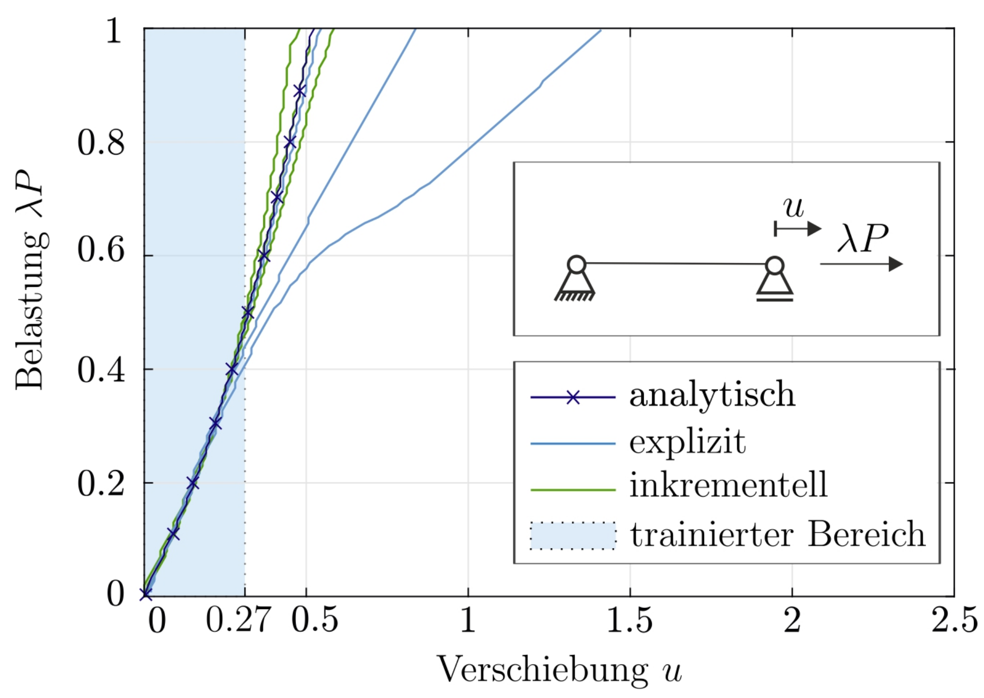
Die vom KNN berechnete Spannung $S_{x_i}^{\text{KNN}}$ wird bei der Berechnung der virtuellen inneren Arbeit $\delta\pi_i$ für die schwache Form des PdvV sowie bei der linearisierten inneren Arbeit $\Delta\delta\pi$ eingesetzt.



$$\delta\pi = \int \delta E_x \cdot S_x^{\text{KNN}} dx - \delta\pi_a \overset{!}{=} 0$$

$$\Delta\delta\pi = \int \Delta\delta E_x \cdot S_x^{\text{KNN}} dx + \int \delta E_x \cdot C_T^{\text{KNN}} \Delta E_x dx = 0$$

Um das Verhalten eines nichtlinearen Stabes mit einem KNN-Modell unter Zugbelastung zu untersuchen, wird das neuronale Netz auf das explizit bzw. inkrementell formulierte Materialgesetz trainiert. Man kann feststellen, dass das KNN-Materialmodell innerhalb des Trainingsbereiches des Netzes zuverlässige Lösungen liefert, die nahe an der analytischen Lösung liegen. Außerhalb des Trainingsbereiches bietet die inkrementelle Berechnungsform präzisere und stabilere Lösungen als die explizite Form.



Insgesamt kann man festhalten, dass es möglich ist in beiden Varianten ein Materialgesetz über ein KNN in der FEM einzusetzen.