Karlsruher Institut für Technologie

BAUSTATIK

Institut für Baustatik
Leiter: Prof. Dr.-Ing.
S. Freitag

Künstliche neuronale Netze als implizite Materialformulierung zur Modellierung ratenunabhängiger Plastizität in der Strukturmechanik

Anastasiia Volovikova

1. Motivation

Um komplexes elastoplastisches Materialverhalten abzubilden, wird in der Regel ein analytisches Materialmodell definiert, dessen Parameter aus vorhandenen Versuchsdaten ermittelt werden. Alternativ kann man mit den Versuchsdaten ein künstliches neuronales Netz (KNN) trainieren und damit ein KNN-Materialmodell erstellen.

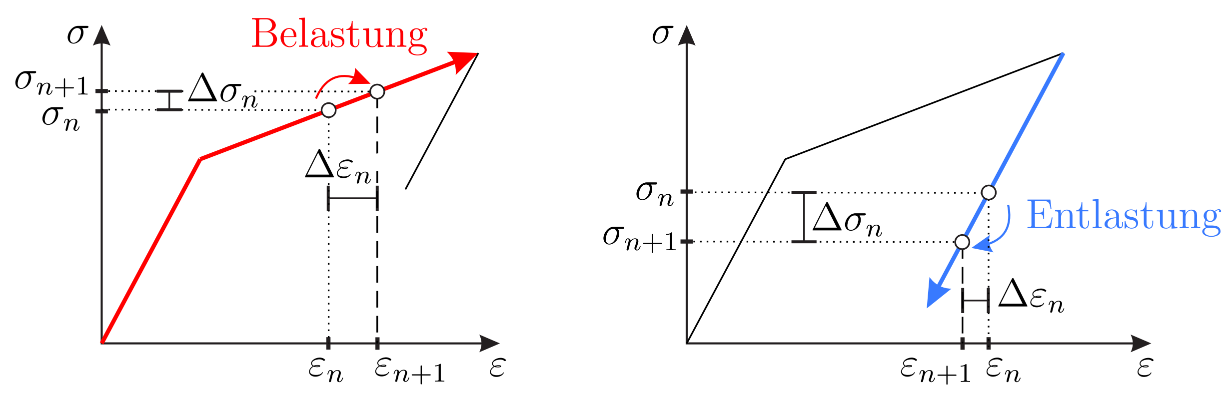

Abbildung 1: *Pfadabhängigkeit bei elastoplastischem Material*

Die Pfadabhängigkeit bei elastoplastischem Materialverhalten, siehe Abbildung 1, kann durch eine inkrementelle Formulierung berücksichtigt werden. Die Spannungs-Dehnungs-Paare (σ, ε) aus Versuchen müssen daher in zugehörige Trainingsdaten $(\Delta\sigma, \Delta\varepsilon)$ umgerechnet werden. Für das KNN-Materialmodell lassen sich $\Delta\varepsilon, \varepsilon, \sigma$ als Ein- und $\Delta\sigma$ als Ausgangsvariable festlegen.

2. Implizites KNN-Materialmodell

Die Spannung zum aktuellen Zeitschritt wird mit $\boldsymbol{\sigma}_{n+1}=\boldsymbol{\sigma}_n+\Delta\boldsymbol{\sigma}$ berechnet. Im Rahmen numerischer Berechnungen liefert ein Materialmodell die aktuellen Spannungen und die Materialtangente. Während die aktuellen Spannungen $\boldsymbol{\sigma}_{n+1}$ direkt über den KNN-Ausgang definiert sind, wird die Tangente $\mathbf{C}_T^{KNN}$ durch partielle Ableitungen des KNN-Ausgangs nach bestimmten Eingängen berechnet. Es wurde eine implizite Formulierung des KNN-Materialmodells ausgearbeitet, die $\Delta\boldsymbol{\sigma}^{KNN}(\Delta\boldsymbol{\varepsilon}, \boldsymbol{\varepsilon}_{n+1}, \boldsymbol{\sigma}_{n+1})$ mithilfe der Spannung des noch unbekannten Zustandes $n+1$ bestimmt. Dafür muss $\Delta\boldsymbol{\sigma}^{KNN}$ im Rahmen einer lokalen Iteration ermittelt werden, siehe das Ablaufschema in Abbildung 2.

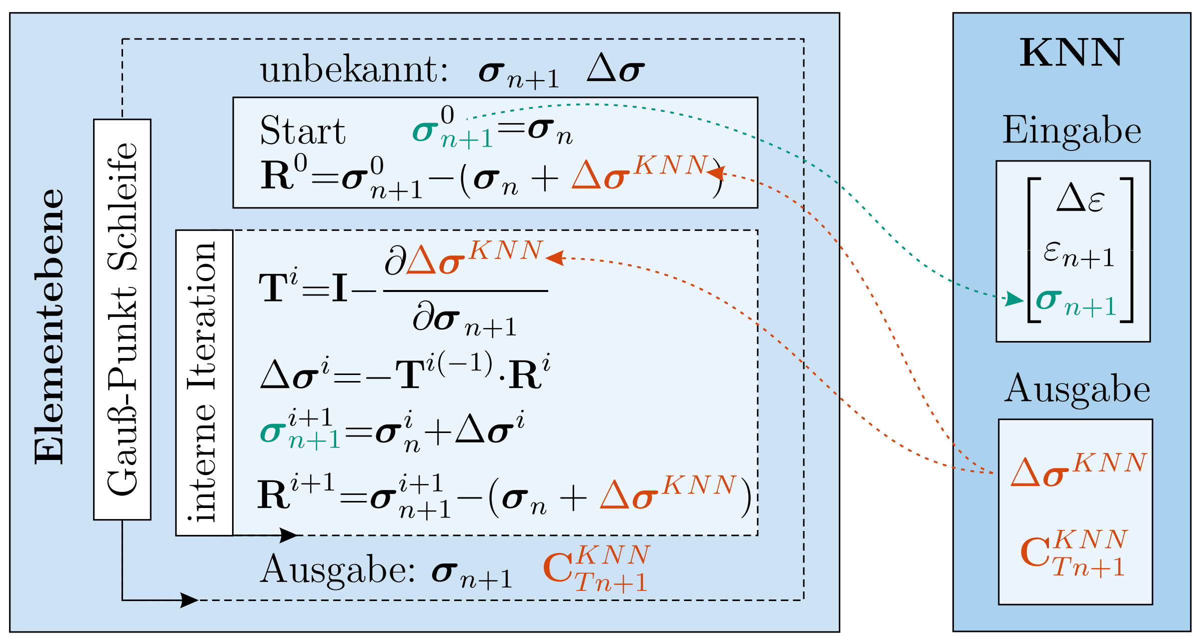

Abbildung 2: *Innere Iterationsschleife für die implizite Berechnung*

Die Materialtangente wird dabei wie folgt berechnet

$$\mathbf{C}_T=\frac{\partial\boldsymbol{\sigma}_{n+1}}{\partial\boldsymbol{\varepsilon}_{n+1}}=\left[\mathbf{I}-\frac{\partial\Delta\boldsymbol{\sigma}^{KNN}}{\partial\boldsymbol{\sigma}_{n+1}}\right]^{-1}\cdot\left(\frac{\partial\Delta\boldsymbol{\sigma}^{KNN}}{\partial\Delta\boldsymbol{\varepsilon}}+\frac{\partial\Delta\boldsymbol{\sigma}^{KNN}}{\partial\boldsymbol{\varepsilon}_{n+1}}\right).$$

Alternativ kann das KNN-Materialmodell explizit formuliert werden. Dann sind die gesuchten $\Delta\boldsymbol{\sigma}^{KNN}(\Delta\boldsymbol{\varepsilon}, \boldsymbol{\varepsilon}_n, \boldsymbol{\sigma}_n)$ und $\mathbf{C}_T^{KNN}$ direkt berechenbar und das innere Iterationsverfahren wird nicht benötigt. Dies führt zu einem geringeren Rechenaufwand.

3. Numerisches Beispiel - Lastschrittweitenabhängigkeit

Die expliziten und die impliziten KNN-Materialmodelle werden am Beispiel eines Zugstabes verglichen. Die Trainingsdaten wurden synthetisch anhand eines ideal-plastischen Materialmodells berechnet. Bemerkbar ist der relevante Einfluss der Lastschrittgröße auf die Approximationsgüte der impliziten Formulierung, siehe Abbildung 3. Die daraus folgende inkorrekte Abrundung der Kraft-Verschiebungs-Kurve im elastisch-plastischen Übergangsbereich ist zu beachten.

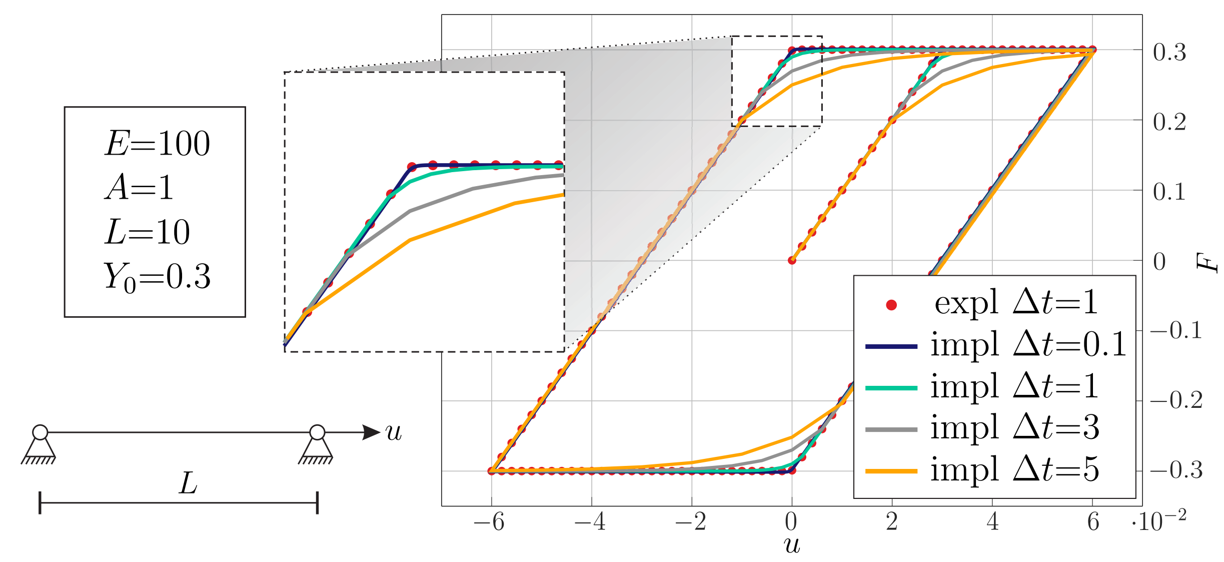

Abbildung 3: *Untersuchung der Lastschrittweite*

4. Numerisches Beispiel - numerische Stabilität

Mit einer größeren Anzahl von Trainingsdaten kann die Approximationsgüte des KNN-Materialmodells verbessert werden. Zusätzlich kann man feststellen, dass die implizite Formulierung des KNN-Materialmodells eine höhere numerischen Stabilität im Vergleich zur expliziten Formulierung aufweist.

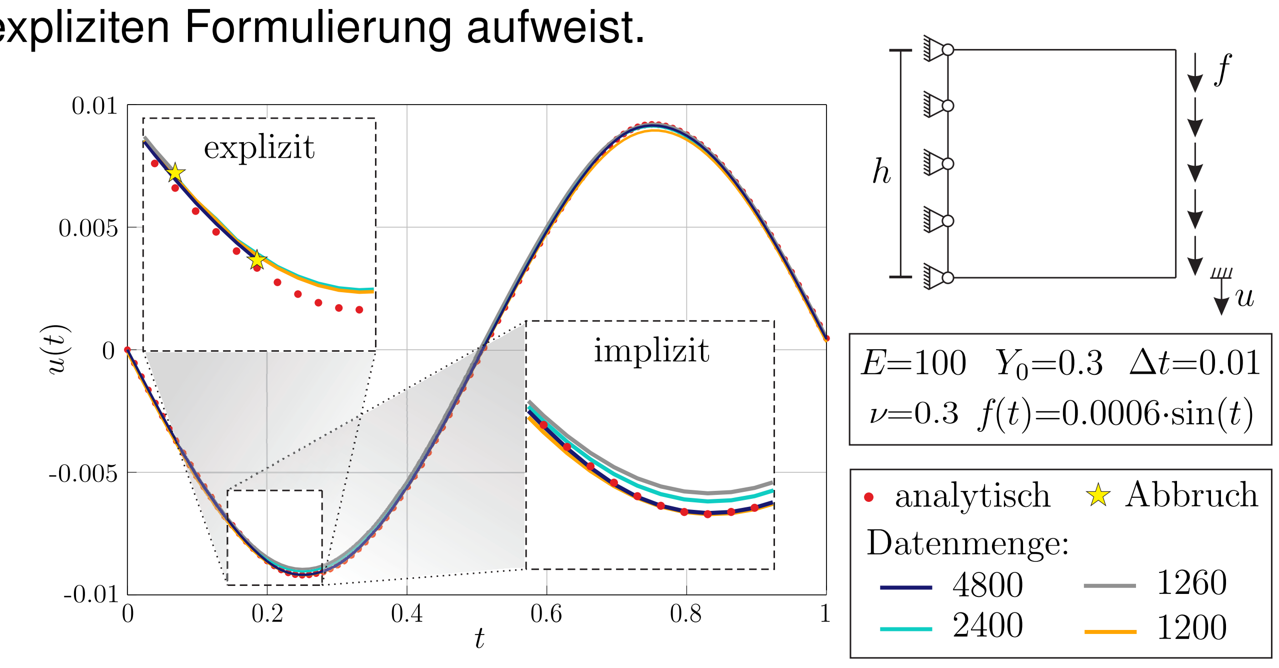

Abbildung 4: *Vergleich am Beispiel eines Scheibentragwerks*