

## Motivation

Eine Theorie großer plastischer Verzerrungen dient z.B. der Berechnung von Umformprozessen

### Grundlegende Zusammenhänge

Die finite Plastizität basiert auf einem multiplikativen Split des Deformationsgradienten.

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}^e \mathbf{F}^p$$

Dies impliziert eine spannungsfreie Zwischenkonfiguration:

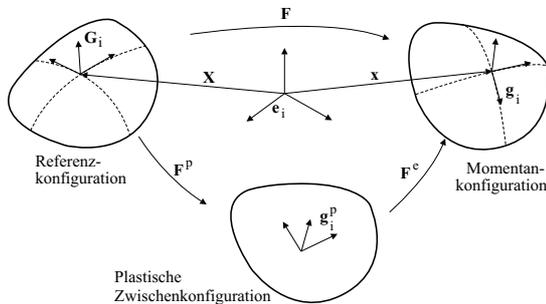


Abb. 1: Basisvektoren der verschiedenen Konfigurationen

Das materielle plastische Verzerrungsmaß lautet

$$\mathbf{C}^p = \mathbf{F}^p T \mathbf{F}^p$$

Für isotropes Materialverhalten bei isothermen Prozesse gilt die Dissipationsungleichung

$$D = -\boldsymbol{\tau} : \frac{1}{2} \mathbf{F} \dot{\mathbf{C}}^p \mathbf{F}^{-1} \mathbf{C}^p \mathbf{F}^{-1} + q \dot{\alpha} \geq 0$$

Hierin sind  $q$  und  $\alpha$  interne Verfestigungsvariablen. Für eine gegebene Verzerrungsrate  $(\dot{\mathbf{C}}, \dot{\alpha})$  muß der aktuelle Spannungszustand  $(\boldsymbol{\tau}, q)$  die obige Gleichung maximieren und die Fließbedingung  $\phi(\boldsymbol{\tau}, q) \leq 0$  erfüllen. Dies führt auf folgendes Optimierungsproblem:

$$-D + \lambda \phi \leq 0$$

Eine partielle Ableitung nach den Optimierungsvariablen  $\boldsymbol{\tau}$ ,  $q$  und dem Lagrangeschen Multiplikator  $\lambda$  liefert die Evolutionsgleichungen

$$\dot{\mathbf{C}}^p = 2 \lambda \mathbf{C}^p \left( \mathbf{F}^{-1} \frac{\partial \phi}{\partial \boldsymbol{\tau}} \mathbf{F} \right),$$

$$\dot{\alpha} = \lambda \frac{\partial \phi}{\partial q}$$

und die Bedingung  $\phi = 0$ .

## Numerisches Beispiel

Untersucht wird ein hohler Kegelstumpf der an der unteren Seite gelenkig gelagert ist. An der oberen Kante wird eine konstante Streckenlast  $p$  aufgebracht. Die Last wird solange gesteigert bis der Kegel von innen nach außen gestülpt ist. Bei der Berechnung kommt eine Fließbedingung mit exponentieller Verfestigung zum Einsatz.

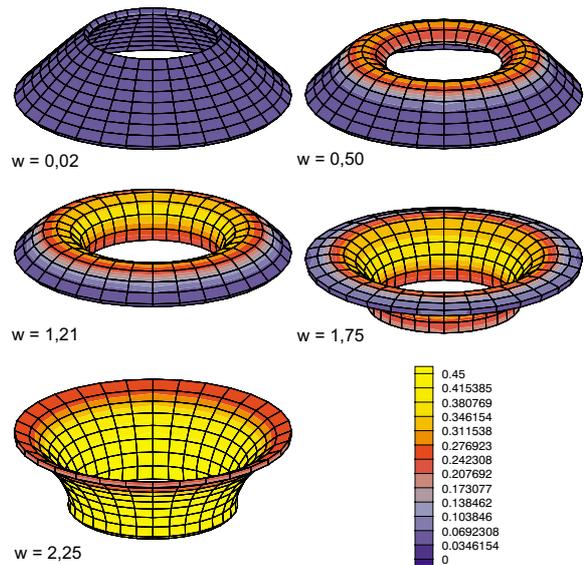


Abb. 2: Plastische Vergleichsdehnung einzelner Deformationszustände

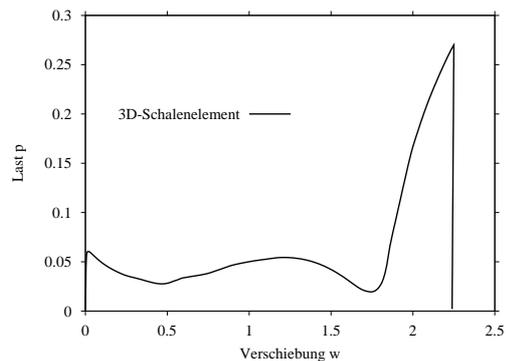


Abb. 3: Last-Verschiebungskurve für die vertikale Absenkung  $w$  des oberen Randes

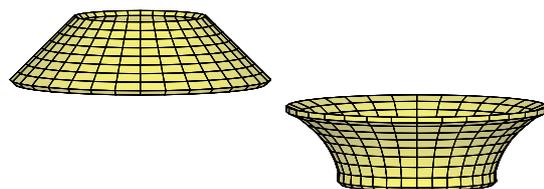


Abb. 4: Unverformte und durchgestanzte Kegelschale