Anwendung der Proper Orthogonal Method in der Strukturdynamik unter Erdbebenlasten

Universität Karlsruhe (TH)

Diplomarbeit von Thomas Kopietz

BAUSTATIK

Motivation

Eine hinreichend genaue diskretisierung einer Struktur unter Erdbebenbelastung erfordert eine hohe Anzahl von Freiheitsgraden und häufig die Berechnung für verschiedene Lastgeschichten. Deshalb wäre es sinnvoll die Anzahl der Freiheitsgrade auf wenige wesentliche zu reduzieren. Im nichtlinearen Fall ist eine direkte Modalanalyse jedoch nicht möglich, statt dessen können die im Laufe eines Zeitintervalles energiereichsten Moden mit Hilfe der Proper Orthogonal Decomposition Method (kurz POD) ermittelt werden. Solche Moden können als dominant angesehen werden, die eine Möglichkeit eröffnen die Freiheitsgrade eines Systems auf wenige zu reduzieren.

Erzeugung eines künstlichen Erdbebens

Um eine Struktur auf den Lastfall Erdbeben zu Untersuchen besteht zum einen die Möglichkeit gemessene Werte von einem Erdbebenereigniss in das Programm einzugeben, geschickter ist es jedoch sich vom Computer ein Erdbeben erzeugen zu lassen. Um den Beschleunigungsverlauf $\ddot{u}_g(t)$ zu simulieren benötigt man zwei Funktionen:

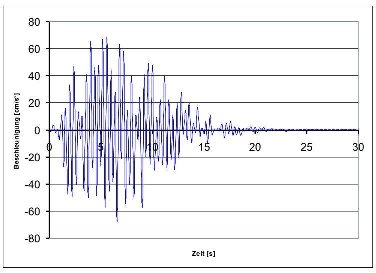
eine Umhüllungsfunktion $c(t) = e^{-\alpha \cdot t} - e^{-\beta \cdot t}$
und eine Spektraldichtefunktion

$$S_w(\omega) = K_0 \cdot \frac{\omega_g^4 + (2\xi_g\omega_g\omega)^2}{\left(\omega_g^2 - \omega^2\right)^2 + (2\xi_g\omega_g\omega)^2}$$

$\ddot{u}_g(t)$ läßt sich dann durch $S_g(t;\omega)$ beschreiben:

$$S_g(t;\omega) = c(t)^2 \cdot S_w(\omega)$$

Für den endgültigen Verlauf spiegelt man die entstehende Kurve an der x-Achse und läßt den Wert zwischen der positiven und der negativen Funktion pendeln. Danach multipliziert die Werte mit einem Zufallsfaktor zwischen 0 und 1 und erhält somit einen Erdbebenverlauf wie man ihn auch von Seismogrammen her kennt.



Proper Orthogonal Decomposition Method

Liegt die Finite Element Lösung einer Struktur unter Erdbebenbelastung vor, dann beginnt man mit der POD Analyse. Zunächst wird das Vektorfeld des Systems benötigt. Für einen eindimensionalen Balken oder Bogen lautet es wie folgt:

$$U(s,t) = \begin{pmatrix} \{u_1(s,t)\,,\,\dot{u}_1(s,t)\} \\ \{u_2(s,t)\,,\,\dot{u}_2(s,t)\} \\ \{\omega_1(s,t)\,,\,\dot{\omega}_1(s,t)\} \end{pmatrix}$$

Eine Expansion des Vektorfeldes mit Hilfe von orthogonalen Beziehungen führt dann schließlich zu einem Eigenwertproblem

$$\int_{T_1}^{T_2} K(t,\tau)\alpha_m(\tau)d\tau \;=\; \lambda_m \alpha(t)$$

Die Autokorrelationsenergie des Vektorfeldes erhält man durch

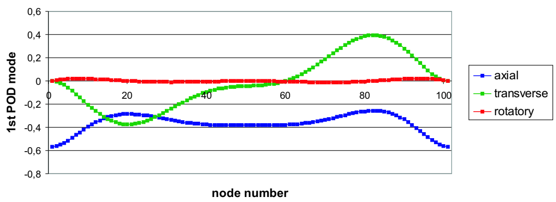
$$E = \int_{T_1}^{T_2} K(t,t)\,dt = \sum_{m=1}^{M} \lambda_m$$

Die POD Modes erhält man schließlich durch die folgende Projektion

$$\vec{\Psi}_m(s) = \sqrt{\hat{\lambda}_m}\;\vec{\Phi}_m \;=\; \int_{T_1}^{T_2} \vec{U}(s,t)\alpha_m(t)dt$$

Ergebnisse

Sowohl bei einem Balken als auch beim Bogen kristallisiert sich aus allen untersuchten Zeitintervallen eine dominierende POD Form heraus, die sich lediglich durch ihre Amplituden unterscheiden.Des weiteren hat sich gezeigt, daß fast die gesamte Energie in nur ein bis zwei Moden enthalten ist. Für den Fall Erdbebenbelastung hat die Analyse gezeigt, daß sich der Balken auf einen einzelnen Freiheitsgrad reduzieren läßt, für den Boden werden jedoch zwei Freiheitsgrade benötigt.



POD Form eines Bogens unter Erdbebenlast