

Optimierte Dimensionierung und Kalkulation zweiachsig beanspruchter Balken als Anwendung Mathematischer Programmierung



Diplomarbeit von Ingo Münch

Formulierung des Optimierungsproblems

Die optimierte Dimensionierung wird als allgemeine Optimierungsaufgabe formuliert:

$$\min \{Z(\mathbf{x})\} = A_{min} \quad \text{mit} \quad G_j^u \le G_j(\mathbf{x}) \le G_j^o$$

Die Nebenbedingungen(NB) $G_j(\mathbf{x})$ gewährleisten:

- Die Tragfähigkeit unter Einfluss der Stabilität (Biegedrillknicken, Kippen, Beulen)
- Die Durchbiegungsbeschränkung nach zwei Richtungen unter Einfluss des Kriechens beim Holz

Es werden genormte Querschnitte, Rechteckprofile aus Holz und Rechteckhohlprofile aus Stahl untersucht:

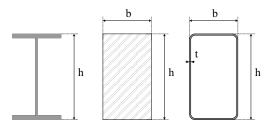


Abb. 1: Variablen x der zu dimensionierenden Querschnitte

Der Optimierungsprozess als Math. Programmierung

Zur Berücksichtigung der NB werden Straffunktionen $\,S\,$ eingeführt und ein Ersatzproblem formuliert:

$$\min_{r} \left\{ \min_{\mathbf{x}} \left\{ Z_i^{\star}(\mathbf{x}, r = r_i) \equiv Z(\mathbf{x}) + r_i \sum_{j=1}^{m} S(G_j(\mathbf{x})) \right\} \right\}$$

Der Strafparameter r_i ist eine Folge für die gilt:

$$\lim_{i \to \infty} r_i = 0$$

Das Ersatzproblem Z_i^{\star} wird über die $Schrittweite \alpha$ in einer Gradientenrichtung \mathbf{g}^j minimiert:

$$\min_{\alpha} \left\{ Z_i^{\star}(\alpha) \equiv Z_i^{\star}(\mathbf{x}^0 + \alpha \, \mathbf{g}^j) \right\}$$

Die Gradientenrichtung \mathbf{g}^{j} nach Fletcher und Reeves lautet:

$$\mathbf{g}^{j} = -\nabla \mathbf{Z}^{\star}(\mathbf{x}^{j}) + \frac{(\nabla \mathbf{Z}^{\star}(\mathbf{x}^{j}))^{T} \nabla \mathbf{Z}^{\star}(\mathbf{x}^{j})}{(\nabla \mathbf{Z}^{\star}(\mathbf{x}^{j-1}))^{T} \nabla \mathbf{Z}^{\star}(\mathbf{x}^{j-1})} \mathbf{g}^{j-1}$$

Mit der Fibonacci-Suche wird ein Intervall für α solange verkleinert, bis ausreichende Genauigkeit erreicht ist.

Implementierung der optimierten Dimensionierung

Implementierung in ein Programm zur automatischen Bemessung und Kalkulation von Dachpfetten.

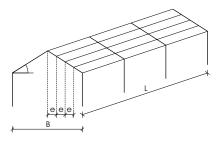


Abb. 2: Anwendungsobjekt: Dachpfetten einer Halle

Das Programm ermittelt automatisch:

- Die Lasten und berücksichtigt dabei das Pfetteneigengewicht
- Die maßgebenden Schnittgrößen
- Die Drehbettung aus Dacheindeckung
- Die erforderlichen Querschnitte
- Den Ausnutzungsgrad der Querschnitte
- Das Gewicht und die Materialkosten für das Anwendungsobjekt

Beispiel

Untersucht wird eine Halle mit 60m Länge, 20m Breite, 5m Binderabstand und 6 Grad Dachneigung.

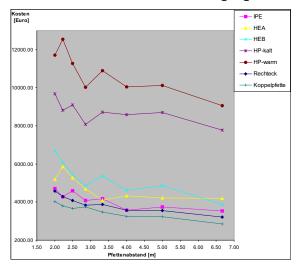


Abb. 3: Vergleich der Materialkosten

In einer zusätzlichen Iterationsschleife kann der Pfettenabstand für äquidistante Anordnung diskret variiert werden. Der Anwender kann dadurch einen *optimalen* Pfettenabstand ersehen.