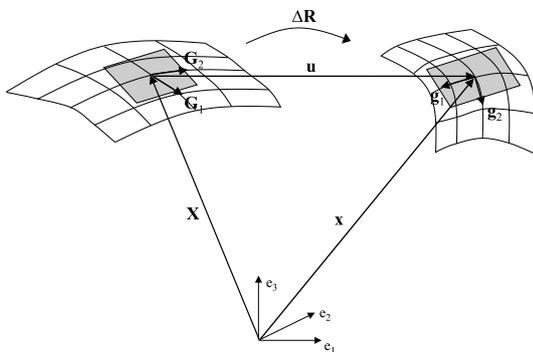


Der Rotationstensor

Rotationstensoren werden häufig in der Formulierung von Strukturtheorien verwendet. Sie kommen auch in der Theorie verallgemeinerter Kontinua (Cosserat Kontinua) sowie in der Mehrkörperdynamik vor. Im Gegensatz zu den Verschiebungen, die als linearer Vektorraum aufgefasst werden können und somit additiv aufdatiert werden, stellen die Rotationen eine nichtlineare Mannigfaltigkeit mit einer ausgeprägt multiplikativen Struktur dar.

Das Cosserat Kontinuum

Die Cosserat Oberfläche ist das einfachste nicht-klassische Kontinuum, und damit der Theorie der verallgemeinerten Kontinua zuzurechnen. Die in dieser Arbeit untersuchten Schalenstrukturen werden als eine zweidimensionale Cosserat Oberfläche berechnet. Jeder Punkt der Oberfläche erhält dabei ein Verschiebungs- und ein davon unabhängiges Verdrehungsfeld, also die Freiheitsgrade eines Festkörpers.



Aufdatieren der Rotationsfelder

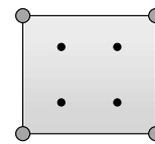
Im Rahmen der Finiten Elemente Methode werden die linearen Vektorfelder der Verschiebungen auf Elementebene in den Gauss-Punkten interpoliert. Das notwendige Aufdatieren der Knotenverschiebungen ist trivial und erfolgt durch einfaches addieren. Das Aufdatieren der Rotationsparameter mit ihrer ausgeprägt multiplikativen Struktur erfordert dagegen eine größere Aufmerksamkeit. Es werden zwei prinzipiell verschiedene multiplikative Methoden zur Aktualisierung der Verdrehungen in die bestehenden Programme implementiert und untersucht. Die Methode von Simo erweist sich dabei als wegababhängig, während die Methode von Sansour wegunabhängig und damit geometrisch exakt ist.

Methode nach Simo

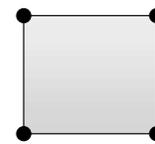
Bei dieser Methode werden nur die Inkremente der Drehvektoren $\Delta\omega$ interpoliert. Daraus werden die neuen Rotationstensoren berechnet und in den Gauss-Punkten gespeichert. Diese Methode erweist sich als wegababhängig.

Methode nach Sansour

Bei der Methode nach Sansour dagegen werden die Drehvektoren der gesamten Rotation ω_{i+1} in jedem Iterationsschritt aus ω_i und $\Delta\omega_{Zuwachs}$ in den Elementknoten multiplikativ aktualisiert, bis man am Ende der Iteration den Drehvektor ω_{n+1} erhält. Die Rotationstensoren werden aus den jeweils aktuellen, in den Integrationspunkten interpolierten Drehvektoren berechnet. Die Verdrehungen werden bei dieser Methode in den Elementknoten gespeichert:



a) Simo



b) Sansour

Bei der Methode nach Sansour bleibt die Wegunabhängigkeit gewahrt.

Numerische Beispiele

Als Berechnungsbeispiel einer dynamischen Berechnung über einen langen Zeitraum wird ein gelenkig gelagerter Bogen gewählt, dessen Bewegung bei geeigneter Amplitude der sinusförmigen Belastung in Balkenmitte chaotisches Verhalten zeigt.

