

Künstliche neuronale Netze für Zufallsfelder zur Berücksichtigung geometrischer Imperfektionen in der Stabilitätsanalyse

Florian Fuchs

1. Motivation

Ein Ziel des planenden Ingenieurs ist es effizient mit den ihm zur Verfügung stehenden Ressourcen umzugehen. Problematisch ist, dass angenommene Werte für die Berechnung, z.B. Festigkeit, Belastung etc., unscharf sind. Auch unscharfe Imperfektionen müssen berücksichtigt werden, welche gerade am Beispiel der Zylinderschale für eine erhebliche Reduzierung der Traglast verantwortlich sind. Eine Möglichkeit bietet die Berechnung der Stabilitätslast mithilfe der Finite-Element-Methode in Kombination mit der Monte Carlo Simulation (MCS). Aufgrund von hohen Rechenzeiten werden künstliche neuronale Netze (ANN) als Ersatzmodell verwendet. Die Anwendung von Convolutional Neural Networks (CNN) auf diese Problematik ist Thema dieser Arbeit.

2. Stabilität

Bei schlanken Strukturen unter Druckbeanspruchung kommt es in der Regel zum Versagen bevor die Festigkeit des Werkstoffes erreicht ist. Das Auffinden der sogenannten *Stabilitätspunkte* ist dementsprechend von großem Interesse. Ausgang ist das geometrisch nichtlineare Gleichgewicht

$$\mathbf{G}(\mathbf{v}, \lambda) = \mathbf{R}(\mathbf{v}) - \lambda \mathbf{P} = 0.$$

Eine Berechnung erfolgt iterativ. Am Stabilitätspunkt gilt

$$\mathbf{K}_T(\bar{\mathbf{v}}, \bar{\lambda}) \Delta \mathbf{v} = 0.$$

Daraus ableitbare Kriterien ermöglichen die Feststellung des Stabilitätspunktes. Imperfektionen beeinflussen das Stabilitätsproblem maßgeblich, z.B. führen sie in Abbildung 1 zu einer erheblichen Reduzierung der Stabilitätslast.

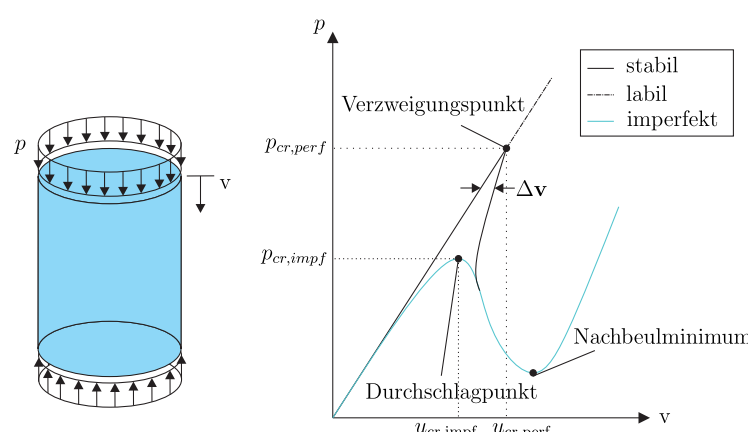


Abbildung 1: Last-Verschiebungskurve Zylinder

3. Convolutional Neural Networks

Grundidee der CNN ist die Verarbeitung hochdimensionaler Inputs (Vektoren oder Matrizen). Deshalb wird der Input von verschiedenen Filtern verarbeitet, ein darauffolgendes Feedforward-Netz (FNN) liefert auf Basis der vorangegangenen Filterung die gesuchte Approximation. Die folgende Abbildung zeigt eine typische Architektur.

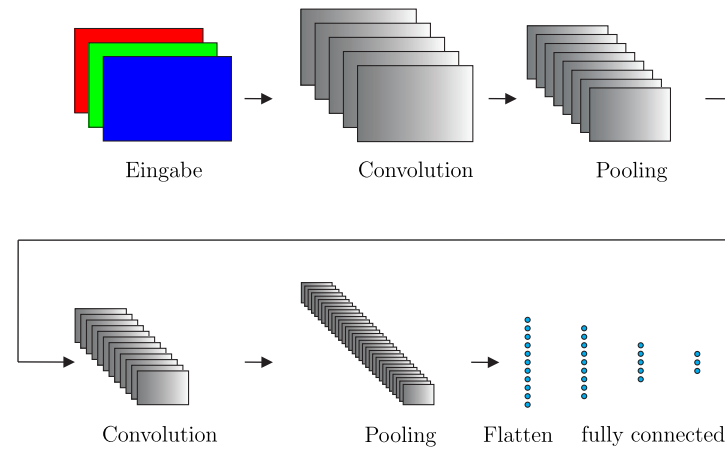


Abbildung 2: Beispiel Architektur CNN

Besonderheiten der CNN sind die Convolutional Layer und die Pooling Layer. Beim Convolutional Layer werden Filter mit Gewichten über den Input geschoben und generieren die zugehörigen Feature Maps. Pooling Layer hingegen verkleinern den Input, indem nur Maximal- oder Mittelwerte weitergegeben werden.

4. Numerische Untersuchungen

Es wird zunächst eine gekrümmte Schale unter Einzellast betrachtet, siehe Abbildung 3.

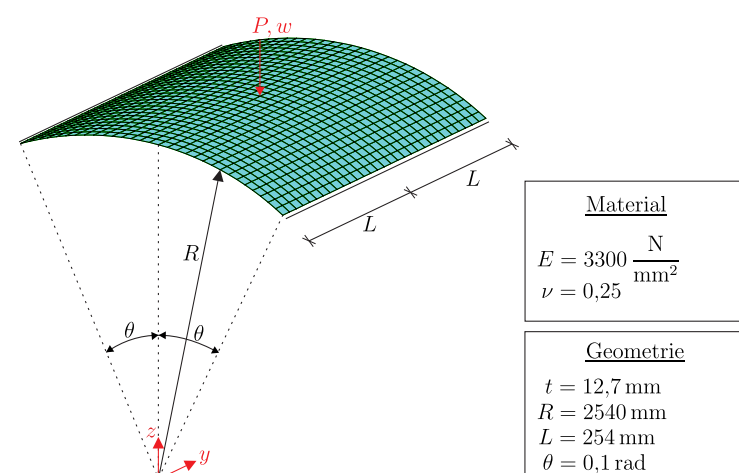


Abbildung 3: Systemskizze Schalensegment

Ziel dieses Beispiels ist ein Vergleich zwischen CNN und FNN. Deshalb wird der Root Mean Squared Error (RMSE) mit unterschiedlichen Mengen an Trainingsdaten betrachtet, siehe Abbildung 4.

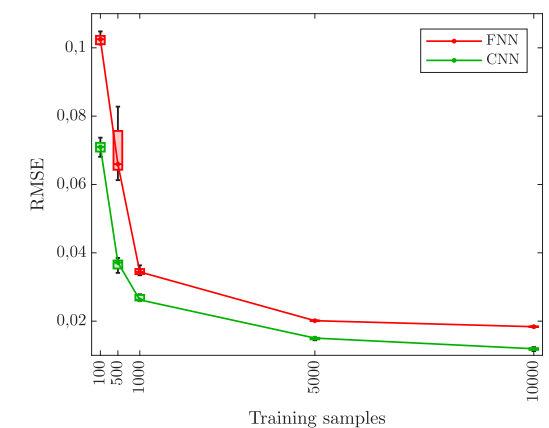


Abbildung 4: Boxplot des RMSE

Die Untersuchungen zeigen die Stärke von CNN bei geringen Korrelationslängen, sowie bei wenig Trainingsdaten. Bei hohen Korrelationslängen haben FNN einen Vorteil. Allgemein sind glattere Imperfektionsfelder besser zu approximieren. Vorteilhaft für das CNN ist die räumliche Verarbeitung des Inputs.

Mit der Untersuchung des Zylinders, siehe Abbildung 5, wird eine komplexere Struktur betrachtet.

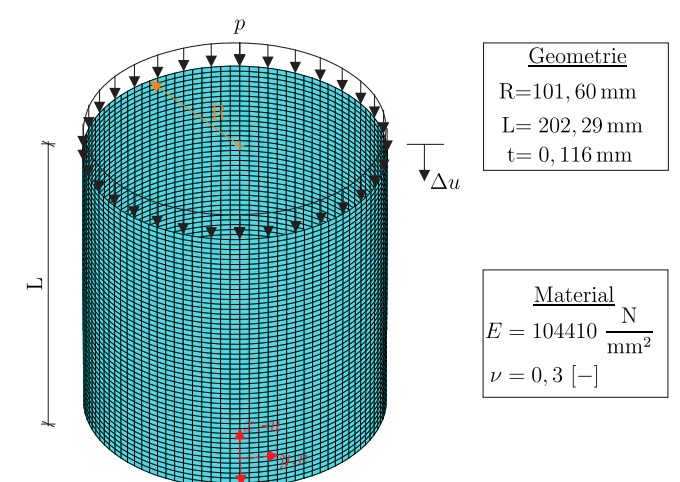


Abbildung 5: Systemskizze Zylinder

Aufgrund der beschriebenen Motivation wird eine Versagenswahrscheinlichkeit mithilfe des CNN berechnet, siehe Abbildung 6.

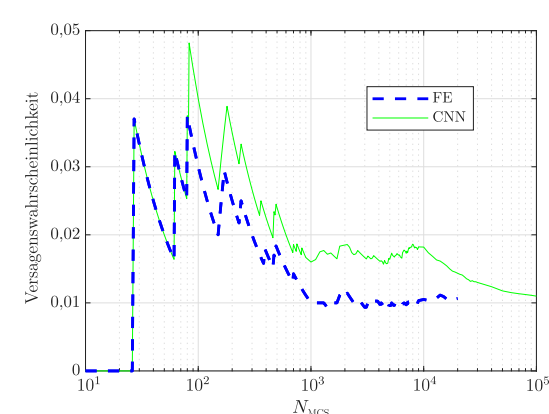


Abbildung 6: Versagenswahrscheinlichkeit des Zylinders

Da das hier verwendete CNN keine perfekte Approximationsgüte erzielt, divergieren FE-Lösung und CNN-Lösung. Bei einer hohen Anzahl an MCS konvergiert die Lösung des CNN gegen die FE-Lösung.