

# Mehrstufige Metamodellierung zur Berücksichtigung räumlicher Variabilität bei Stabtragwerken

Maximilian Schweizer

## 1. Einleitung

Die räumliche Variabilität der Eingangsgröße eines mechanischen Systems kann in den materiellen Eigenschaften, in der Geometrie oder in der Belastung auftreten. Um dies in der Finite-Elemente-Methode (FEM) zu berücksichtigen, kann die Eingangsgröße mit einem Zufallsfeld modelliert werden. Die Ausgangsgröße kann z.B. die Verschiebung an einer bestimmten Stelle sein. Die Varianz der Ausgangsgröße wird mit der Monte-Carlo-Simulation (MCS) bestimmt. Selbst mit der heutigen Technologie kann die Monte-Carlo-Simulation, je nach Komplexität des mechanischen Systems, unwirtschaftlich viel Zeit beanspruchen. Das Ziel dieser Arbeit ist die Verwendung eines Ersatzmodells bzw. Metamodells, das in einer kürzeren Rechenzeit den Eingang auf den Ausgang abbilden soll. Dabei sollen mehrere Ersatzmodelle in der Berechnung ineinander greifen.

## 2. Modellierung räumlicher Variabilität

Die Darstellung des räumlich korrelierten Zufallsfeldes erfolgt mit der Karhunen-Loève-Transformation (KLT)

$$\hat{H}(x, \theta) = \mu(x) + \sigma \sum_{i=1}^n \sqrt{\lambda_i} \xi_i(\theta) \varphi_i(x) \quad (1)$$

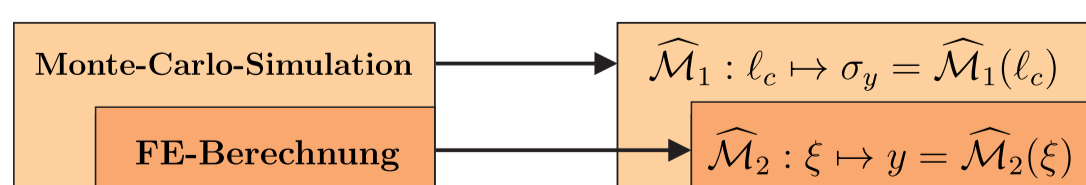
Dabei ist  $\xi_i$  eine standardnormalverteilte Zufallsvariable,  $n$  ist die Anzahl an FE-Knoten und  $\lambda_i$  und  $\varphi_i(x)$  sind Eigenwerte und Eigenvektoren der Korrelationsmatrix

$$C(x_i, x_j) = \exp\left(-\frac{d(i, j)}{\ell_c}\right) \quad (2)$$

Der Parameter  $\ell_c$  ist die Korrelationslänge und  $d(i, j)$  der Abstand zwischen den FE-Knoten  $i$  und  $j$ .

## 3. Mehrstufige Metamodellierung

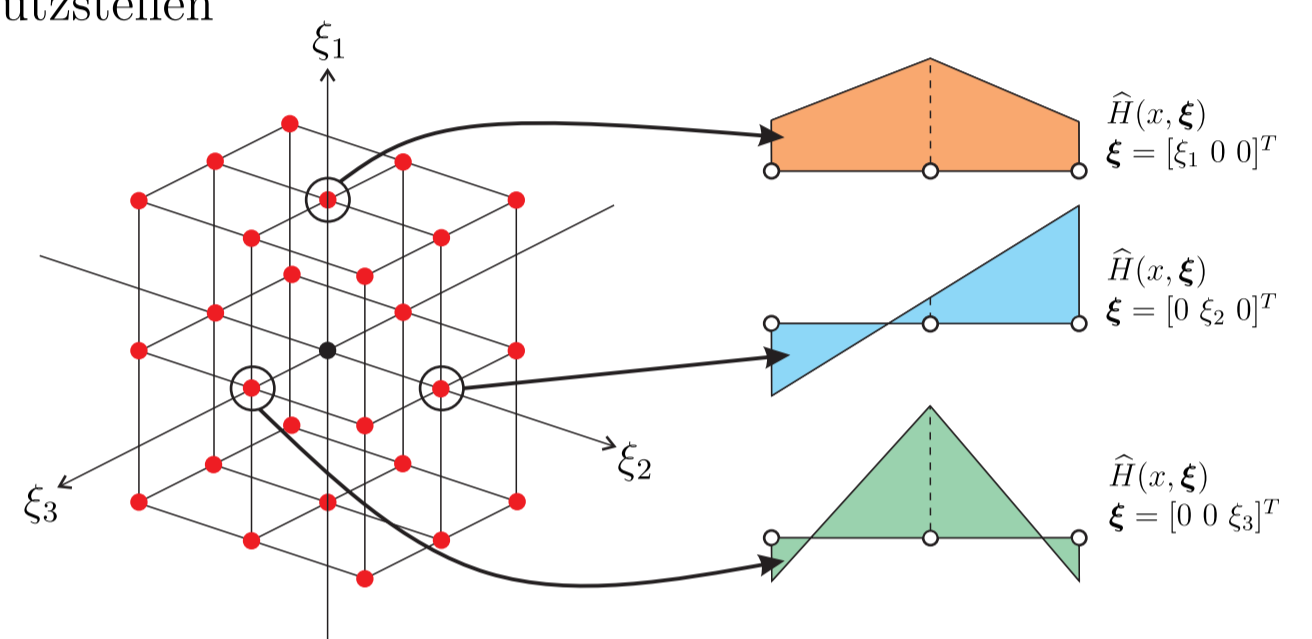
Es werden zwei Metamodelle vorgestellt:  $\hat{\mathcal{M}}_1$  und  $\hat{\mathcal{M}}_2$ . Diese unterscheiden sich darin, dass  $\hat{\mathcal{M}}_1$  die Korrelationslänge  $\ell_c \in \mathbb{R}^1$  auf die Standardabweichung  $\sigma_y$  der Ausgangsgröße abbildet, während  $\hat{\mathcal{M}}_2$  die Zufallsvariable  $\xi \in \mathbb{R}^n$  aus der KLT auf die Ausgangsgröße  $y$  abbildet mit  $n$  der Anzahl der FE-Knoten. Die Idee der mehrstufigen Metamodellierung ist, dass  $\hat{\mathcal{M}}_2$  an den Stützstellen von  $\hat{\mathcal{M}}_1$  verwendet wird, um  $\sigma_y$  zu bestimmen.



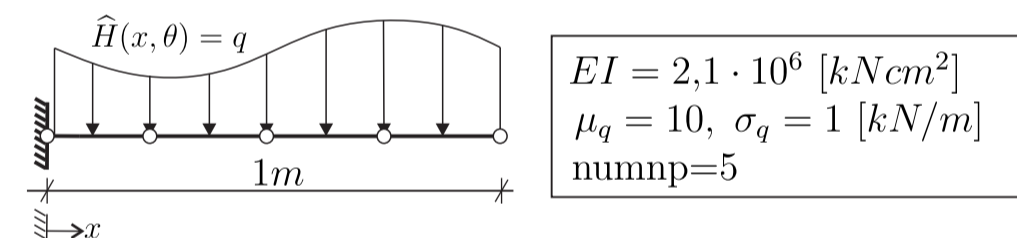
Im Folgenden ist der Eingangsraum von  $\hat{\mathcal{M}}_2$  mit  $n = 3$  und die Realisation des Zufallsfeldes  $\hat{H}(x, \xi)$  dargestellt.

Eingangsraum  $\mathbb{R}^3$   
mit äquidistanten  
Stützstellen

$\hat{H}(x, \xi)$  an bestimmten  
Stützstellen



## 4. Kragarm mit zufallsverteilter Streckenlast



Gesucht ist der funktionale Zusammenhang zwischen der Standardabweichung  $\sigma_w$  der Durchbiegung  $w$  und der Korrelationslänge  $\ell_c$ .  $\hat{\mathcal{M}}_2(x)$  hat 2 Stützstellen auf jeder  $\xi$ -Achse, mit einer Diskretisierung des Kragarms mit  $\text{numnp} = 5$  Knoten resultieren insgesamt  $2^5 = 32$  Stützstellen.  $\hat{\mathcal{M}}_1(x)$  hat 10 Stützstellen auf der  $\ell_c$ -Achse. Im Folgenden wird die Reduzierung der Anzahl  $N_{FE}$  der FE-Berechnungen erläutert:

- Ohne Metamodell:  $N_{FE} \rightarrow \infty$
- Metamodell  $\hat{\mathcal{M}}_1$ :  $N_{FE} = 10 \cdot 50000 = 500000$
- Metamodelle  $\hat{\mathcal{M}}_1 + \hat{\mathcal{M}}_2$ :  $N_{FE} = 10 \cdot 32 = 320$

